Dispense di Misure Elettriche ed Elettroniche

Corsi Integrati di

Fisica, statistica, misure elettriche ed elettroniche

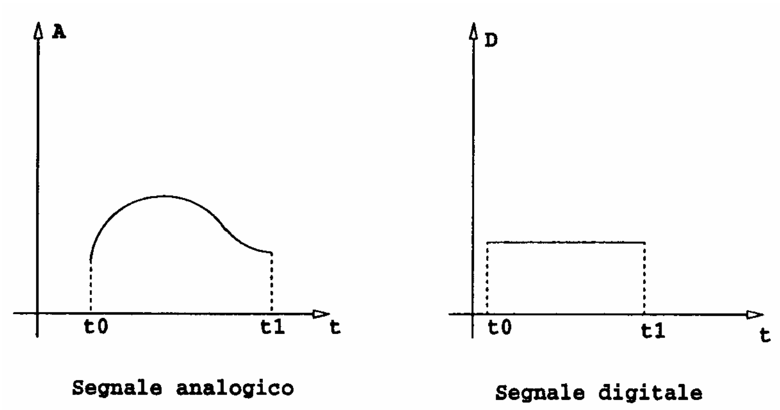
ING-INF/07 Misure Elettriche ed Elettroniche
FIS/07 Fisica Medica
MED/01 Statistica Medica

Di Sergio Deseri

Aggiornamento del 11/2004

Grandezze analogiche e logiche

In quasi tutti i campi del sapere umano si ha a che fare con quantità che devono essere controllate, registrate, manipolate. Nasce quindi la necessità di rappresentare tali quantità e per fare questo esistono essenzialmente due tipi di rappresentazioni: quella analogica (esistente in natura) e quella digitale o logica.



Confronto tra segnali analogici e digitali

La rappresentazione analogica (analoga all'originale), che come detto precedentemente rappresenta qualsiasi grandezza naturale, si ha quando una quantità viene rappresentata da un'altra quantità ad essa direttamente proporzionale. Ad esempio, la velocità di un'automobile è rappresentata dalla posizione angolare assunta dall'indice del tachimetro. Inoltre, le grandezze analogiche, così come tutte le grandezze fisiche, possono variare con continuità assumendo infiniti valori in un dato intervallo preso come riferimento.
Al contrario la rappresentazione digitale (o logica, o numerica) può assumere solo un numero discreto (cioè finito) di valori distinti e le quantità sono rappresentate non da altre quantità, ma da simboli (ad esempio cifre, come del display di un orologio digitale). Nella figura precedente è rappresentata come esempio di grandezza digitale una grandezza binaria, che può assumere nel tempo uno e soltanto uno fra due valori tipici (0,1). Si noti che una grandezza digitale non è limitata ad essere di tipo binario, ma può essere ternaria (tre valori possibili), quaternaria, etc.

Di seguito si elencano pregi e difetti delle rappresentazioni digitali:

- una quantità digitale non è ambigua (ovvero è univocamente determinata);
- le informazioni digitali, come vedremo in seguito, sono facili da memorizzare;
- è possibile gestire agevolmente la precisione del sistema (ovvero il numero di cifre con il quale il sistema rappresenta la informazioni che elabora);
- i dispositivi che manipolano le informazioni digitali, detti circuiti digitali o reti logiche, sono più semplici da progettare;
- i segnali digitali sono meno affetti da rumore, in quanto il valore esatto della grandezza che costituisce il segnale non è importante, ed è quindi sufficiente che il rumore non abbia valori tali da impedire la discriminazione tra i livelli del segnale digitale (nel caso binario due livelli: livello logico "alto" e "basso");

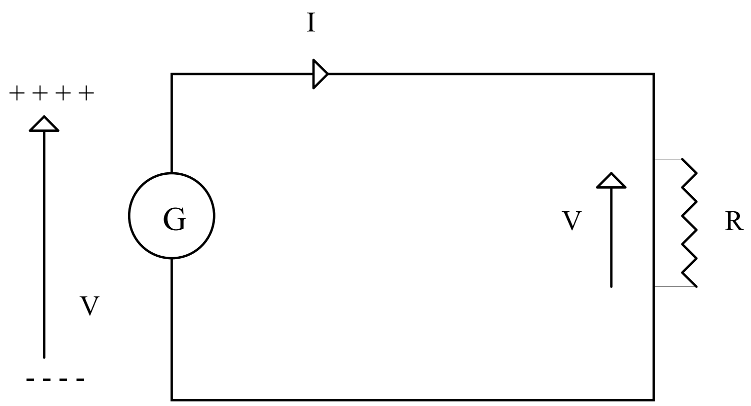
- un problema legato alle tecniche digitali è legato al fatto che in natura le quantità sono essenzialmente analogiche e quindi c'è la necessità di utilizzare strumenti che convertano le grandezze analogiche in grandezze digitali ed eventualmente anche la necessità di strumenti che svolgano la funzione opposta in uscita.

- un altro difetto delle grandezze digitali è legato al fatto che il trattamento di questo tipo di informazione è generalmente più complesso, in termini circuitali, di quello dell'informazione analogica.

Grandezze Elettriche

La Corrente Elettrica e' una grandezza che e' proporzionale al numero di elettroni che passano attraverso una sezione in un secondo. "La corrente e' un flusso di elettroni".

- Il verso della corrente e' per convenzione opposto al moto degli elettroni.
- La corrente elettrica si misura in Ampere (A)
- La tensione elettrica si misura in Volt (V) ed e' quella che fa' muovere gli elettroni.
- La tensione elettrica e' un numero che e' proporzionale all'energia potenziale posseduta dagli elettroni.

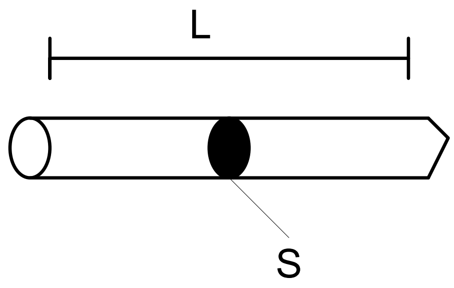


(circuito 1)

Quando si chiudono i morsetti del generatore (G) si realizza una possibile via di movimento per gli elettroni. Durante il moto, l'elettrone consuma gradatamente la sua energia potenziale fino al completo esaurimento quando raggiunge la carica positiva del generatore, questo fa si' che venga prodotto del lavoro. Gli elettroni nel loro movimento incontrano degli ostacoli (Es. altri elettroni o nuclei atomici) e quindi per superarli consumano un po' della loro energia. Questo tipo di ostacolo viene rappresentato dalla Resistenza (R) che viene misurata in Ohm. La resistenza tiene conto della difficoltà che incontrano gli elettroni nel movimento. Corrente, Tensione, Resistenza, sono legati fra di loro e, a parità di tensione, più' alta sarà' la resistenza più' bassa sarà la corrente. Il legame fra queste tre grandezze e' data dalla **Legge di Ohm**.

$$V = R \cdot I \quad \text{(Volt = Ohm} \cdot \text{Ampere) Legge di Ohm}$$

La resistenza dipende da tre fattori:
1) il tipo di materiale che viene rappresentato con la resistività' (ρ)
2) la lunghezza del conduttore (L)
3) la sezione del conduttore (S)

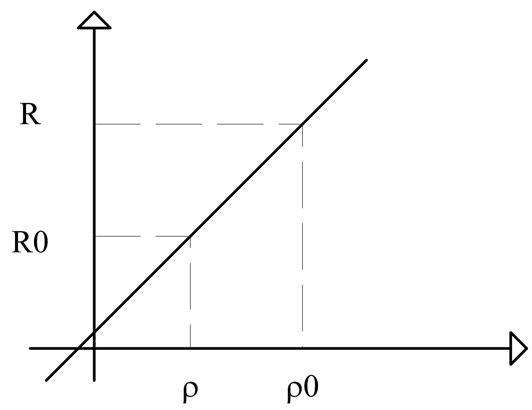


(sezione di filo)

Quindi possiamo esprimere la resistenza con la formula : $R = \frac{\rho L}{S}$

La Resistività (ρ) dipende dalla temperatura, infatti, quando si scalda un materiale conduttivo, questo assorbe energia che si trasforma in energia cinetica degli elettroni che si trovavano allo stato di quiete, aumentando cosi' gli ostacoli per il flusso di elettroni di passaggio.
La resistività segue la seguente legge:

$$\rho = \rho_0[1+\alpha\,(T-T_0)] = \Omega$$



(grafico di resistività')

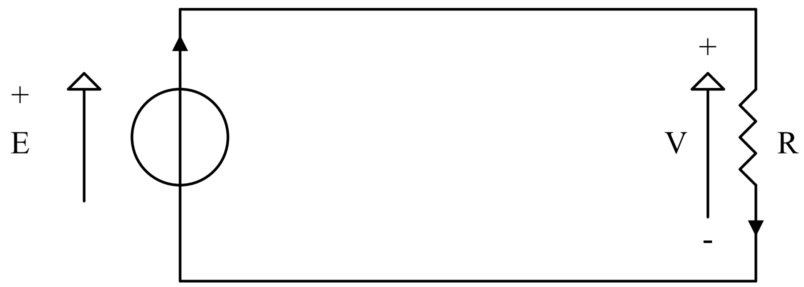
Questa legge vale solo in un campo di temperature fra i -50° e i + 200 °centigradi.
$\alpha = 0.004$ 1/°C. vale per quasi tutti i conduttori.
La stessa espressione vale se al posto della (ρ) sostituisco con (R)

$R0 = 10\ \Omega$ a $T_0 = 20$ °C. $R = ??\ \Omega$ a $T = 70$ °C.
$R = R0[1+\alpha(T-T_0)]$ $R = 10\ [1+0.004\ (70-20)]$
$R = 10\ [1+0.004 \cdot 50]$
$R = 10\ [1+0.2]$
$R = 10 \cdot 1.2 = 12\ \Omega$

Con (alfa) si rappresenta l'aumento della resistenza del 4x1000 per ogni grado di aumento della temperatura o il 4x1000 di diminuzione della resistenza per ogni grado di diminuzione della temperatura.

Generata = Forza Elettromotrice F.E.M. [E]
Tensione o differenza di potenziale (d.d.p.) [V]------[
Consumata = Caduta di Tensione c.d.t. [v]

Si considera da questo momento che la corrente incontrerà' resistenza solamente dove troveremo il simbolo di resistenza; e quindi, per nostra convenzione, nei conduttori non troverà nessun ostacolo.



(circuito 2)

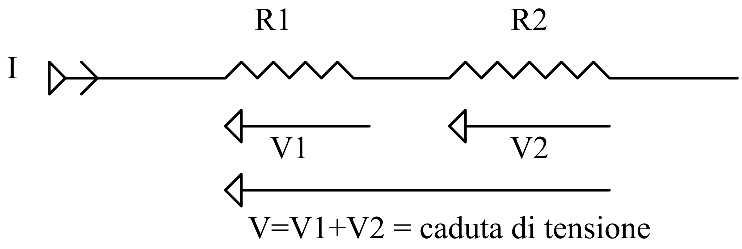
E = 10 V.
I = ?
R = 2 Ω
(V=R I) Legge di ohm I = 10/2 = 5 A.

Sul generatore Corrente e Tensione hanno lo stesso verso. Sulla Resistenza hanno verso opposto in quanto si parla di “caduta di tensione” sugli utilizzatori.

La legge di Ohm afferma che Corrente e Caduta di Tensione sono legate fra di loro dalla relazione V=RI. La corrente e' sempre opposta alla tensione.

RESISTENZE IN SERIE E RESISTENZE IN PARALLELO

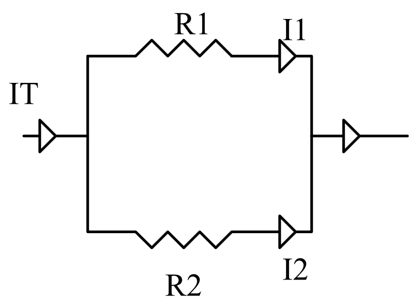
Due resistenze vengono dette in serie quando sono attraversate dalla stessa corrente.



$$V = R1\ I + R2\ I = (R1+R2)\ I$$

Due resistenze in serie sono equivalenti ad un unica resistenza Rs pari alla somma delle due.

RESISTENZE IN PARALLELO:



(circuito 3 - resistenze in parallelo)

Due resistenze si dicono in parallelo quando hanno ai loro capi la stessa differenza di potenziale (d.d.p.). La corrente totale si divide sulle resistenze una parte su R1 e l'altra su R2. Un altro modo di definire la presenza di resistenze in parallelo è quando prima delle resistenze si trovano delle biforcazioni che si riuniscono subito dopo le resistenze date.
Due resistenze i parallelo sono equivalenti ad un unica resistenza Rp di valore:

$$\frac{1}{\frac{1}{R1}+\frac{1}{R2}}$$

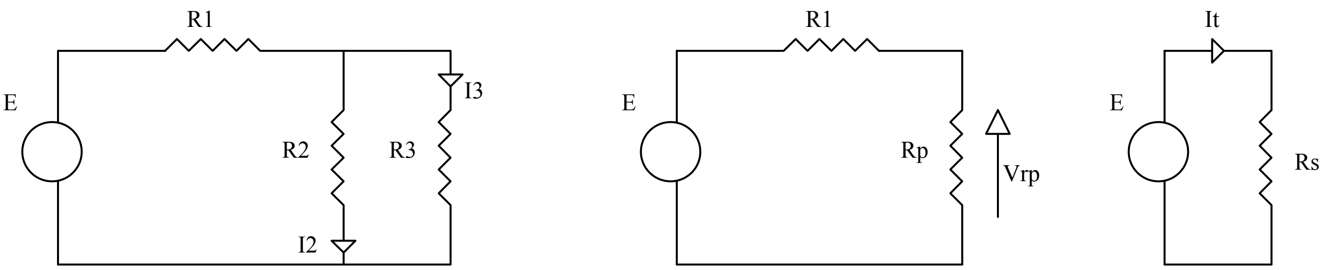
Se invece le resistenze in parallelo sono piu' di due la formula è:

$$Rp = \frac{1}{\frac{1}{R1}+\frac{1}{R2}+\frac{1}{R3}ecc}$$

Solo nel caso di sole due resistenze in parallelo la formula può essere semplificata in:

$$Rp = \frac{R1 \cdot R2}{R1 + R2}$$

Nel caso in cui due resistenze in parallelo abbiano valore uguale il parallelo delle due varrá la metà.
Nel caso in cui due resistenze in parallelo abbiano valori molto differenti fra di loro il parallelo si avvicinerá a quella di valore più basso.
In generale il parallelo fra due o piu' resistenze è sempre minore del valore della più piccola fra le resistenze.



(circuito 4)

La tensione ai capi della resistenza Rp è la stessa di quella esistente fra i capi di R2 e R3.

MAGNETISMO

Il magnetismo una forza fondamentale di natura, connessa strettamente con l'elettricità. Alcuni semplici effetti magnetici erano noti sin dall'antichità per l'esistenza di sostanze magnetiche naturali. Tuttavia, gli importanti fenomeni elettromagnetici che stabiliscono le relazioni tra elettricità e magnetismo furono scoperti solo nel diciannovesimo secolo. Infatti, tutti i dispositivi che si usano nella produzione commerciale e nella distribuzione di elettricità, come generatori, trasformatori e motori, si basano sulle leggi dell'elettromagnetismo scoperte tra il 1820 e 1831. Inoltre, Maxwell nel 1873 dimostrò matematicamente che questi principi implicano l'esistenza di onde di campi elettrici e magnetici che si propagano anche nel vuoto e che viaggiano con la velocità della luce. I principi dell'elettromagnetismo sono cosi la base della nostra tecnologia, delle nostre conoscenze sulla natura della luce e delle altre forme di radiazione elettromagnetica. Ricerche recenti hanno portato alla scoperta che alcuni uccelli e altri organismi sono provvisti di un senso magnetico che permette loro di orientarsi rispetto alla direzione del campo magnetico terrestre.

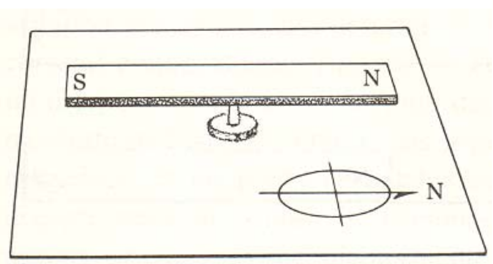


FIGURA 19.1
Una sbarra magnetica sospesa per il suo centro di gravità.

L'esempio più familiare di magnetismo è l'attrazione di pezzetti di ferro da parte delle estremità, o *poli,* di un magnete. Un ago di una bussola è un sottile e lungo magnete sospeso per il suo baricentro in modo che possa ruotare sul piano orizzontale (Fig. 19.1). Se nelle vicinanze non ci sono sostanze magnetiche, l'ago si allinea all'incirca nella direzione nord-sud. L 'estremo dell'ago che punta sempre a nord è detto il polo nord (N) del magnete; l'altro estremo è detto polo sud (S). *Nord* e *Sud* vengono usati per distinguere i poli magnetici opposti, proprio come *positiva* e *negativa* servono a distinguere le cariche elettriche opposte.
Anche le particelle elementari, come elettroni, protoni e neutroni si comportano come magneti completi con un polo nord e un polo sud. Poiché non sono mai state scoperte particelle elementari con un solo polo magnetico, i poli magnetici mancano del significato fondamentale che hanno le cariche elettriche.

Nonostante ciò si può definire il *campo magnetico* **B** allo stesso modo del *campo elettrico* **E**. Ricordiamo che il campo elettrico in un punto qualsiasi dello spazio è la forza che un sistema di cariche eserciterebbe su una carica unitaria positiva posta in quel punto.
Allo stesso modo, il campo magnetico in un punto qualsiasi dello spazio è la forza che un sistema magnetico (per esempio una sbarra magnetica) eserciterebbe su un polo magnetico nord unitario posto in quel punto. Poiché non esistono i poli isolati, per misurare il campo si devono usare dei piccoli aghi magnetici.

ELETTROMAGNETISMO

Andrè Marie Ampère (1775-1836) proseguendo negli esperimenti di Oersted sviluppò una descrizione matematica completa delle relazioni tra correnti e magnetismo. Egli trovò che le linee magnetiche di forza vicino ad un filo percorso da corrente sono dei cerchi concentrici intorno al filo, come mostrato in Fig. 19.8. Questo può essere dimostrato mettendo un piccolo ago magnetico in un piano perpendicolare al filo. L 'ago magnetico, il quale si dispone nella direzione che il campo ha nel punto dove è posto, si trova sempre orientato perpendicolarmente al raggio *r* tracciato dal filo all'ago, il indica che ìl campo forma un cerchio intorno al filo. La relazione tra la direzione del campo e la direzione della corrente è data dalla *regola della mano destra: Se unfilo viene afferrato con la mano destra in modo che il pollice sia diretto come la corrente, le dita avvolgono il filo nello stesso senso magnetico.*

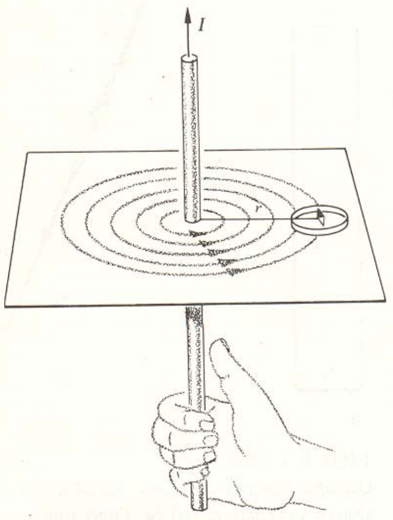


FIGURA 19.8
Campo magnetico attorno ad un filo percorso da corrente. La relazione tra corrente e campo è la stessa che c'è tra il pollice e le dita della mano destra.

L 'intensità *B* del campo magnetico in un punto vicino ad un filo molto lungo percorso da corrente è proporzionale alla corrente *I* e inversamente proporzionale alla distanza *r* del punto dal filo. Coi simboli la relazione è

$$B = k\frac{I}{r}$$

dove *k* è una costante di proporzionalità.
Nel sistema SI, dove l'unità dell'intensità di corrente è l'ampere e l'unità di lunghezza è il metro, l'unità dell'intensità del campo magnetico è il *tesla (T).* Esso viene definito assumendo per *k* esattamente il valore 2 x 10^{-7} T·m/A. Cioè, per definizione l'intensità di un campo magnetico ad un metro di distanza da un filo molto lungo e che è percorso dalla corrente di 1 ampere è

$$\begin{aligned} B &= k\frac{I}{r} = (2 \times 10^{-7}\ \mathrm{T \cdot m/A})\ \frac{1\ \mathrm{A}}{1\ \mathrm{m}} \\ &= 2 \times 10^{-7}\ \mathrm{T} \end{aligned}$$

la costante *k* si scrive normalmente

$$k = \frac{\mu_0}{2\pi}$$

dove $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ T· m /A viene detta *permeabilità magnetica.* In funzione di μ_0. la Eq. 19.1 diviene

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

NOTA (1) Il Tesla non è una unità fondamentale. Come mostrato, essa è legata al newton, all'ampere e al metro dalla relazione

$$1\ T = 1\ N / A \cdot m$$

Come è ben noto, il newton e l'ampere sono a loro volta legati alle unità fondamentali di lunghezza, massa, tempo e carica. Il gauss (G) è un'altra unità di uso comune per l'intensità del campo magnetico. Esso è legato al Tesla dalla relazione

$$1\ T = 10^4\ G$$

ovvero ……………………… $1\ G = 10^{-4}\ T$

Esempio 1: Qual'e il campo magnetico in un punto a 5 cm da un filo percorso da una corrente di 3 A ?
Dall' Eq. precedente il campo è:

$$B = \frac{(4\pi \times 10^{-7}\ T \cdot m/A)(3\ A)}{2\pi \times 0.05\ m} = 1.20 \times 10^{-5}\ T = 0.12\ G$$

A medie latitudini, l'intensità del campo magnetico terrestre varia tra 0.1 e 0.5 G, cosicché l'effetto del campo del filo sull'ago è piccolo rispetto all'effetto dovuto al campo terrestre.
Il campo magnetico generato da un filo percorso da corrente viene fortemente aumentato se il filo è avvolto in una bobina circolare con più spire. Ciascuna spira produce un campo proporzionale alla corrente I nel filo, per cui due spire insieme producono un campo proporzionale a 2 I.

Strumenti Analogici per la misura di grandezze elettriche

Strumenti elettromeccanici: gli strumenti elettromeccanici si suddividono in:

- Magneto elettrici (azione campo corrente PMMC = Permanent Magnet Moving Coil)
- Elettrodinamici

Dispositivi Magneto-Elettrici : Amperometro a bobina mobile (PMMC)
Cominciamo con il vedere gli strumenti magneto-elettrici con il classico PMMC. Questo strumento consente la misura di corrente, di tensione e di potenza solo in presenza di correnti continue DC (Direct Current).
Come si può vedere dal disegno riportato di seguito, le espansioni polari (pole shoes) sono tali da generare un campo magnetico a simmetria radiale (nella regione cosiddetta di traferro le linee di forza hanno una direzione radiale rispetto al centro del cilindro).

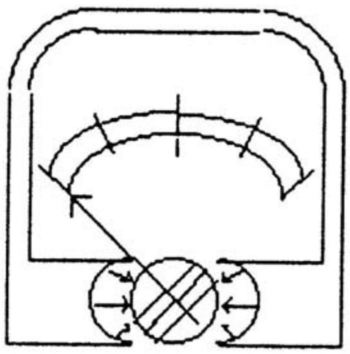


Figura 1

Il cilindro è in ferro dolce ad alta permeabilità magnetica. La componente radiale del campo è uniforme tra le espansioni polari ed il nucleo; sul cilindro è avvolta una spira (coil). Quando la bobina è percorsa da corrente questa ruota su un perno fisso e l'indice quantifica tale rotazione. La rotazione della bobina è contrastata da una molla (spring) a spirale. La coppia di forze in gioco è quindi bilanciata dalla forza di deformazione della molla.

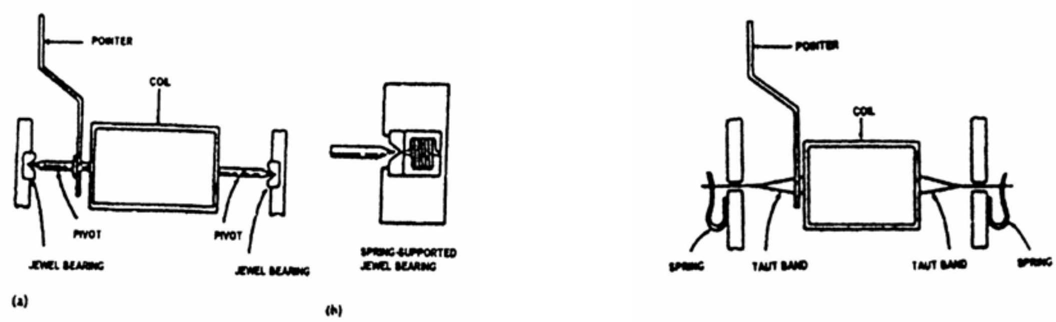


Figura 2.

Dalla figura 2 si può notare come l'asse del cilindro poggia su due cuscinetti a basso attrito (Fig. 2a). Allo scopo di ridurre ulteriormente l'attrito tra il perno e la struttura portante è possibile sostituire i cuscinetti con sostegni realizzati tramite "Pietra dura". Quest'ultima soluzione implica però una elevatissima delicatezza dello strumento. Un'alternativa è quella di appoggiare il perno

del cilindro direttamente su una molla, in modo da avere maggiore tolleranza agli urti (Fig.2b). Altra possibile soluzione potrebbe essere quella di impiegare un nastro teso (taut band) in modo da sorreggere il cilindro e nel contempo fungere da molla di richiamo (Fig.2c).
Il puntatore dovrà essere dotato di un contrappeso che porti il centro di massa sul centro del cilindro. La regolazione di “zero control” consiste in una vite accessibile dall’esterno che agisce direttamente sulla molla variandone la posizione. Il controllo sullo zero dello strumento viene fatto in modo che, quando la corrente che attraversa lo strumento è nulla, l’indice dovrà indicare lo zero sulla scala graduata. La validità dello strumento non è solo legata allo strumento in se ma anche al suo impiego corretto nelle giuste condizioni. Nella lettura di una corrente, ad esempio, la scala graduata è spesso posta su una superficie riflettente in modo da costringere l’operatore ad una corretta posizione di lettura evitando l’errore di parallasse.

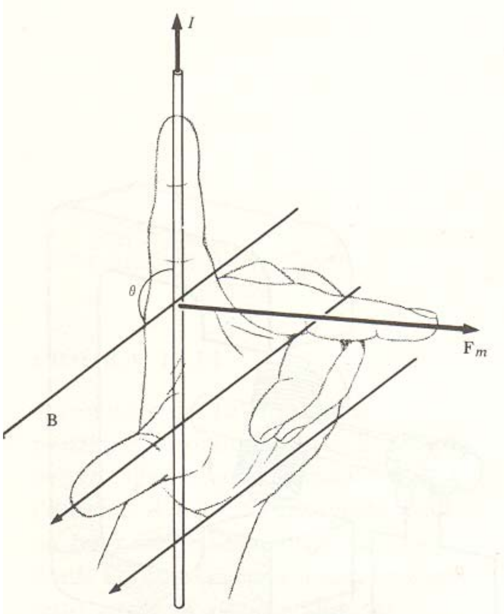


FIGURA 19.16
Forza su un tratto di filo percorso da corrente in un campo magnetico. Le direzioni della forza, corrente e campo stanno tra loro come il pollice, indice e medio della mano destra.

Per la terza legge dì Newton, un magnete deve esercitare una forza, mediante il suo campo magnetico, su una corrente. Più in generale, ogni campo magnetico esterno esercita una forza su una corrente. Consideriamo, per esempio, un tratto di filo di lunghezza *I* in cui circola una corrente I (Fig. 19.16). (Questo tratto di filo è parte di un circuito più grande che non viene mostrato). Se la direzione del filo forma un angolo θ con un campo magnetico uniforme *E,* l'intensità della forza magnetica F_m sul filo è

$$F_m = BIl \text{ sen } \theta$$

Se il campo è parallelo al filo, la forza è zero perche sen o° = o. Se il campo è perpendicolare al filo, l'intensità della forza è

$$F_m = BIl$$

perché sen 90° = 1. Questi sono i soli casi che considereremo.

con una coppia di momento della forza pari a:

$$\underline{C = F\, r = B\, I\, l\, r}$$

La coppia di deflessione vale due volte la coppia di momento della forza (due i lati della spira immersi nel campo)

$$\boldsymbol{Cd = 2(B\, I\, l\, r)\, N = N\, B\, I\, l\, d} \ = \textbf{[Newton · metri]}$$

con ***N*** = numero di spire della bobina e ***d = 2r***. ***B*** è espresso in tesla, ***I*** in Ampere, ***l*** e ***d*** in metri.
La bobina si muove in una regione dove l’induzione magnetica è uniforme, perciò la coppia di deflessione non dipende dalla particolare posizione delle spire (e quindi della bobina) ma dipende solo dalla corrente.

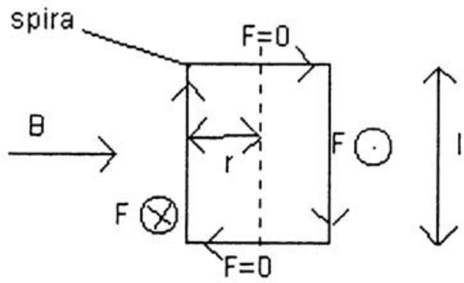


Figura 4 (schema di una spira)

La coppia di controllo $\boldsymbol{Cc = K\theta}$ è proporzionale all'angolo di rotazione $\boldsymbol{\theta}$ mentre $\boldsymbol{K}$ rappresenta la costante elastica della molla. L'equilibrio si ha quindi quando $\boldsymbol{Cc = Cd}$ e cioè quando:

$$\mathbf{I = K\theta / NBld}$$

Esempio Valori tipici:

- $\boldsymbol{N = 100}$ spire
- $\boldsymbol{B = 0.2T}$ (Tesla)
- $\boldsymbol{d = 10^{-2}}$ metri
- $\boldsymbol{l = 1.5 \cdot 10^{-2}}$ metri
- $\boldsymbol{I = 10^{-3}}$ Ampere
- $\boldsymbol{Cd = 3 \cdot 10^{-6}}$ Newton·metro

Ciò che si osserva nella misura non è l'angolo $\boldsymbol{\theta}$ ma la posizione dell'indice, calettato alla bobina, rispetto ad una scala graduata. Su tale scala avremo che:

$$\boldsymbol{\lambda = L\theta}$$

dove $\boldsymbol{\lambda}$ è la deviazione lineare dell'indice, osservata su una scala graduata, mentre $\boldsymbol{L}$ è la lunghezza dell'indice. Otteniamo quindi:

$$I = \frac{k\lambda}{NBldL} = K_a \lambda$$

Con K_a =K / NBldL = costante amperometrica dello strumento.

Valori tipo (Galvanometro: "amperometro a bobina mobile particolarmente sensibile")

0.1:1 *μA/mm nei Galvanometri ad indice meccanico*
0.01 : 0.1 *μA/mm nei Galvanometri ad indice ottico*

nel galvanometro ad indice ottico l'indicazione della corrente è data da un punto luminoso che colpisce una superficie riflettente posta sullo strumento e che va a riflettersi su una superficie opaca posta anche a diversi metri di distanza dall'apparecchio stesso. Siccome questa soluzione non è molto pratica la stessa distanza può essere ottenuta deviando più volte il raggio luminoso con numerosi specchi, facendogli percorrere il medesimo tragitto. Lo strumento che si ottiene risulta essere però molto delicato, in ragione del corretto allineamento degli specchi.

Si definisce sensibilità amperometrica la seguente grandezza:

$$\sigma_a = \frac{variazione\ grandezza\ misurata}{variazione\ grandezza\ da\ misurare}$$

$$[Sensibilità = \frac{\Delta\ segnale\ in\ uscita}{\Delta\ segnale\ in\ ingresso} = \frac{Variazione\ indice}{corrente}]$$

nel nostro caso $\sigma_a = d\lambda / dI = 1 / Ka$ più Ka è piccola e più lo strumento è sensibile.

Deve dunque essere piccola la quantità $K / NBld$, ovvero dobbiamo disporre di un elevato numero di spire; tali spire dovranno essere più grandi possibile mentre la costante della molla di richiamo dovrà essere piccola.

Il galvanometro è usato soprattutto per misurare condizioni di equilibrio, misure a corrente nulla (rivelatore di situazioni di bilanciamento); in tali casi si parla di "strumento di zero" o "null detector".

Schematizzazione strumenti di Misura e collegamenti

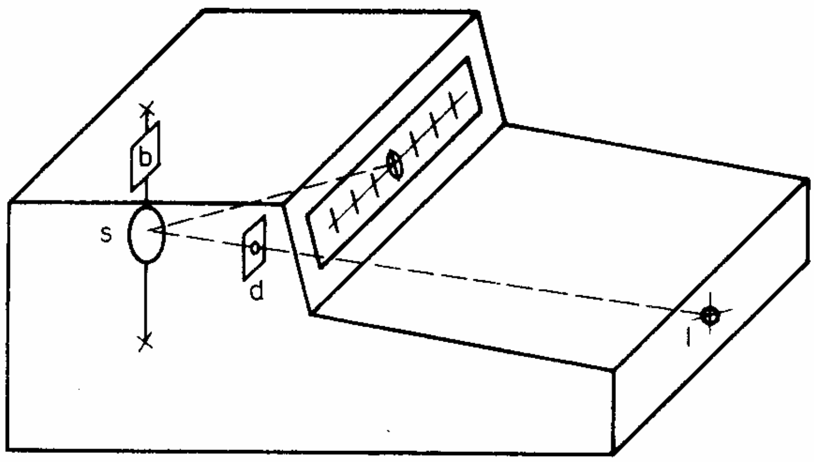


Figura 1 – Strumento ad indice luminoso: (*b*) bobina mobile; (*d*) diaframma con filo indicatore; (*l*) lampada; (*s*) specchio.

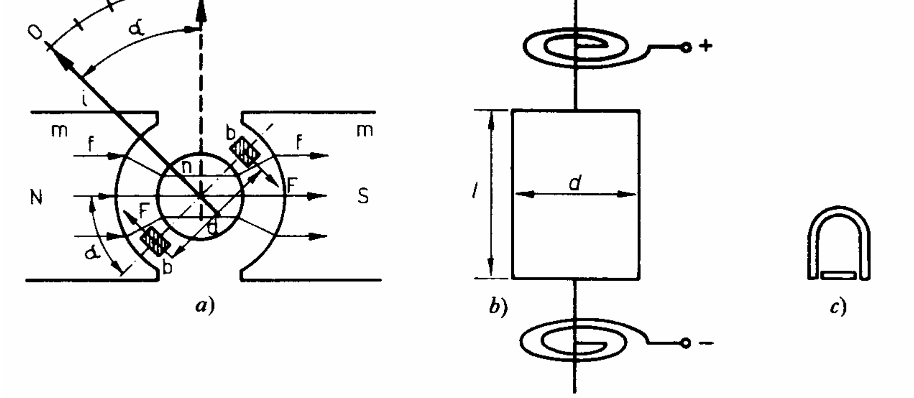


Figura 2 – **[a]** Schematizzazione dello strumento magnetoelettrico: (α) deviazione angolare; (*b*) bobina mobile; (*i*) indice; (*f*) linea di flusso; (*F*) forza di interazione elettromagnetica; (*m*) magnete permanente; (*N,S*) poli magnetici; **[b]** bobina mobile con molle antagoniste. La disposizione delle molle è tale da creare un momento nullo nella posizione di zero; **[c]** simbolo dello strumento magnetoelettrico.

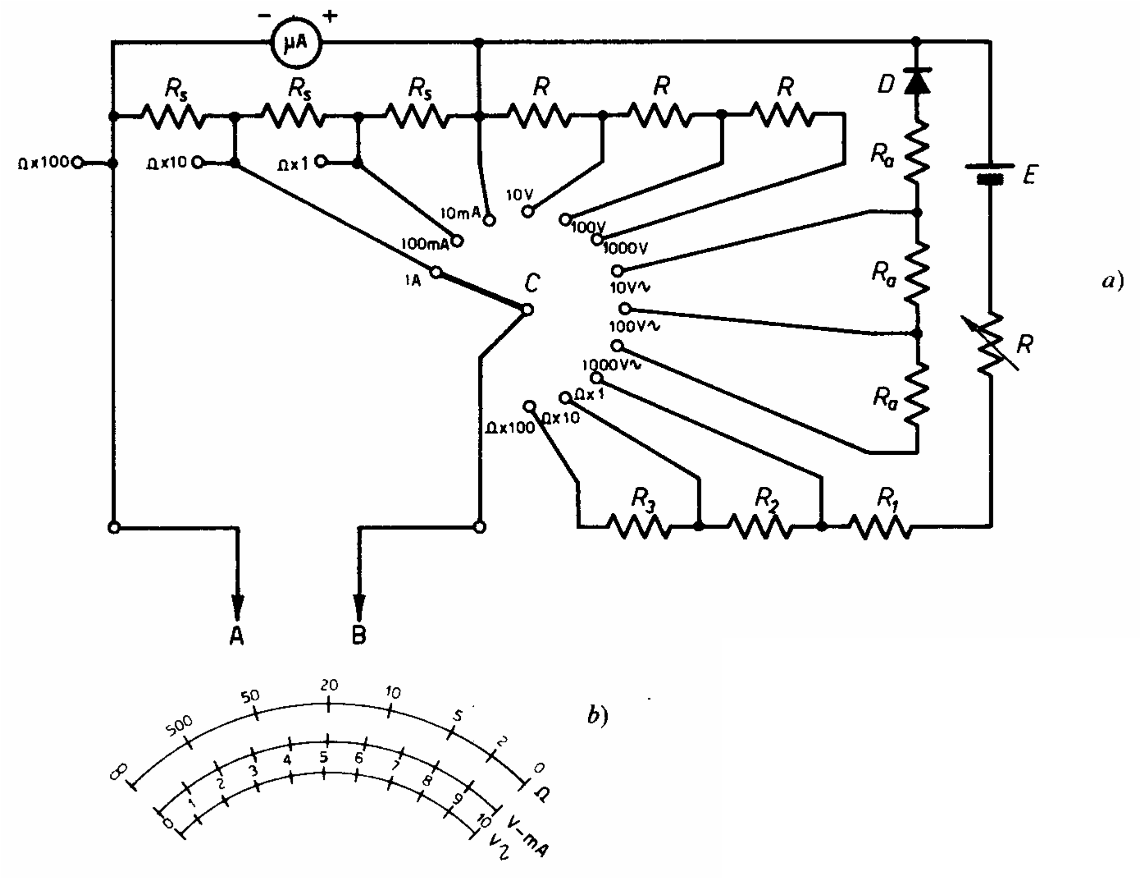


Figura 3 – **[a]** Schema teorico di un tester: (*C*) commutatore a 12 posizioni; (R_s) resistenze costituenti lo shunt universale per le misure in corrente continua; (R) resistenze addizionali per le misure in tensione continua; (*D*) diodo raddrizzatore; (R_a) resistenze addizionali per la misura di tensione alternata; (*E*) pila per la misura di resistenza; (R) potenziometro per portare l'indice del microamperometro a fondo scala con i puntali in corto nelle misure di resistenza; (*R1,R2,R3*) resistenze per fissare la portata di centro scala dell'ohmetro. Le misure in tensione e corrente vengono effettuate con i due puntali A e B ruotando il commutatore sulla funzione e sulla portata prescelta. Nelle misure in continua il puntale negativo è A. per le misure di resistenza occorre ruotare il commutatore sulla portata relativa, considerando il puntale B come comune e inserendo il puntale A nella boccola corrispondente alla portata;
[b] scale per il tester teorico (appena descritto): si noti che la scala per le misure di tensione alternata ha le suddivisioni spostate rispetto a quelle corrispondenti della scala in continua e questo per compensare gli effetti della non linearità del diodo raddrizzatore.

Strumenti elettrodinamici.

Gli strumenti elettrodinamici trovano applicazione in misure di tensione, di corrente e di potenza.

Essi hanno la struttura base rappresentata in figura ***15a.*** Risultano formati da una bobina fissa, suddivisa in due parti (sia per consentire il passaggio del perno dell'equipaggio mobile sia per offrire la possibilità di cambiare portata, collegando le due parti in serie o in parallelo) e da una bobina mobile alla quale viene portata corrente attraverso le molle che forniscono la coppia resistente.
La forma della bobina fissa è tale che essa, percorsa da corrente, origina un campo magnetico avente struttura praticamente radiale; in tale campo si muove la bobina mobile, per effetto della azione mutua che si esercita tra il campo stesso e quello originato dalla corrente che la percorre.
Per ricavare l'espressione della coppia agente sulla bobina mobile, si eseguono le seguenti considerazioni:

N_f = numero spire bobina fissa;
I_f = corrente (continua) che percorre la bobina fissa-
l_f = lunghezza complessiva dei lati della bobina ché producono il campo;
N_m = numero spire bobina mobile-
$I_{m'}$ = corrente (continua) che percorre la bobina mobile;
l_m = lunghezza complessiva dei lati attivi della bobina mobile.

Se il campo magnetico della bobina fissa è generato in aria, risulta:

$$\vec{B}_f = \mu_0 \cdot \vec{H}_f = \mu_0 \cdot \frac{N_f \cdot I_f}{l_f}$$ con μ_0 = permeabilità magnetica dell'aria = $4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m

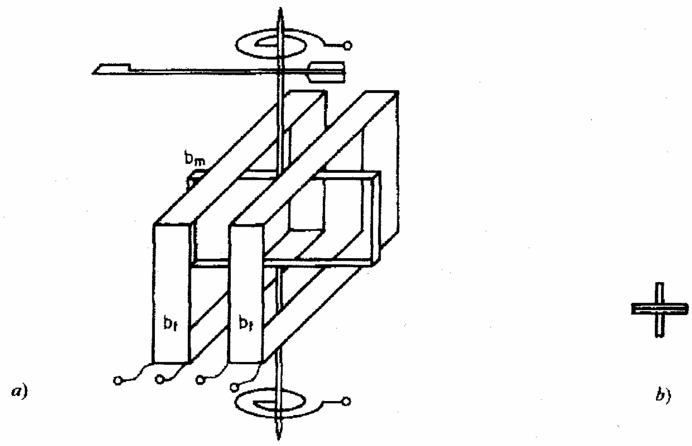


Fig. 15 - *a*) Strumento elettrodinamico: b_m = bobina mobile; b_f = bobine fisse, le bobine fisse possono essere in parallelo o in serie, in tal modo si ottengono due portate (ad es. 5 ÷ 10 A); *b*) simbolo.

Pertanto la forza che agisce sulla bobina mobile, tendendo a disporla su un piano perpendicolare a quello della bobina fissa, vale:

$$\vec{F} = \vec{B}_f \cdot N_m \cdot l_m \cdot I_m = \mu_0 \frac{N_f \cdot N_m \cdot l_m}{l_f} I_f \cdot I_m$$

Se *b è* il braccio di tale forza (cioè la distanza tra i lati attivi della bobina ed il suo asse di rotazione), dato che l'andamento del campo prodotto dalla bobina fissa è radiale (per cui la forza si mantiene costante in ogni posizione del campo stesso) agisce sulla bobina mobile una coppia di momento:

$$C = F \cdot b = \mu_0 \frac{N_f \cdot N_m \cdot l_m \cdot b}{l_f} I_f \cdot I_m$$

Poiché il termine:

$$\mu_0 \frac{N_f \cdot N_m \cdot l_m \cdot b}{l_f}$$

è una costante dello strumento, si può indicare genericamente con k, e risulta:

$$C = k \cdot I_f I_m$$

La relazione, ricavata per correnti continue, rimane valida anche nel caso di correnti alternate e può essere scritta:

$$c = k \cdot i_f i_m$$

ove i_f *ed* i_m sono i valori istantanei delle correnti da misurare e c il valore istantaneo del momento della coppia. Nell'uso, in corrente alternata dello strumento elettrodinamico, può insorgere il problema delle oscillazioni dell'equipaggio mobile attorno alla posizione di equilibrio, causate dalle alternanze della corrente da misurare. Ciò nonostante, è possibile, mediante l'uso degli smorzatori, (ad esempio pneumatici) ammortizzare anche tali oscillazioni ed ottenere una coppia di valor medio C_m:

$$C_m = k \cdot I_f \cdot I_m \cdot \cos\varphi$$

ove: φ è l'angolo di sfasamento tra le due correnti e I_f ed I_m sono i valor efficaci delle correnti stesse (che debbono avere eguale frequenza). Poiché la coppia reagente è fornita da due molle antagoniste, l'equazione relativa all'equilibrio risulta:

$$I_f \cdot I_m = \frac{k_a}{k}\alpha \qquad \text{per la continua}$$

ed

$$I_f \cdot I_m = \frac{k_a}{k \cdot \cos\varphi}\alpha \qquad \text{per l'alternata}$$

ove α = angolo di variazione dell'indice;
k_a = costante elastica delle molle

Nella trattazione svolta finora, ci si è posti nell'ipotesi generale che le correnti che percorrono la bobina fissa e la bobina mobile siano diverse fra loro: esiste invece la possibilità che le due bobine risultino percorse dalla stessa corrente (che, in genere, è quella da misurare); in tal caso l'equazione dello strumento diviene di tipo quadratico, ovvero:

$$I^2 = k' \cdot \alpha$$

ove

$$k' = \frac{k_a}{k}$$ in continua

$$k' = \frac{ka}{k \cdot \cos\varphi}$$ in alternata

Gli strumenti elettrodinamici debbono possedere sistemi di smorzamento delle oscillazioni dell'indice; infatti, uno scoramento di tipo elettrico ha scarsa efficienza, a causa del debole campo magnetico prodotto dalla bobina fissa, percorsa dalla corrente da misurare.
Tra le possibili cause che alterano il funzionamento degli strumenti elettrodinamici, danno luogo ad errori, vi sono:

- fenomeni termici che modificano il coefficiente elastico delle molle;
- azioni elettromagnetiche ed elettrostatiche indesiderate, tra bobina mobile e bobina fissa;
- campi magnetici esterni.

Per ovviare a, questi inconvenienti, si usa migliorare l'accoppiamento magnetico tra le bobine, avvolgendo quella fissa su di un nucleo ferromagnetico, nel cui traferro si dispone la bobina mobile; gli strumenti particolarmente precisi (si può giungere fino alla classe 0,05) vengono schermati con un involucro ferromagnetico.
Vi sono, infine gli *strumenti astatíci,* nei quali gli effetti del campo magnetico esterno vengono annullati dividendo sia la bobina fissa, sia quella mobile in due parti, avvolte in modo che la corrente da misurare le percorra in senso opposto, così che gli effetti prodotti dal campi esterni su di una coppia di bobine, siano opposti a quelli prodotti sull'altra, con la conseguenza di annullarsi completamente.

Strumenti AC basati su PMMC

Voltmetro AC

Il fatto che lo strumento elettrodinamico risponda in maniera quadratica, non significa che sia possibile misurare il valore efficace di una grandezza a qualunque frequenza perché, al crescere di quest'ultima, aumenta in maniera considerevole l'impedenza dello strumento. In definitiva possiamo misurare solo grandezze a frequenze di qualche centinaia di hertz. Quando si hanno dei segnali AC, essi possono essere raddrizzati e poi misurati con PMMC. Questi strumenti rispondono al valor medio.

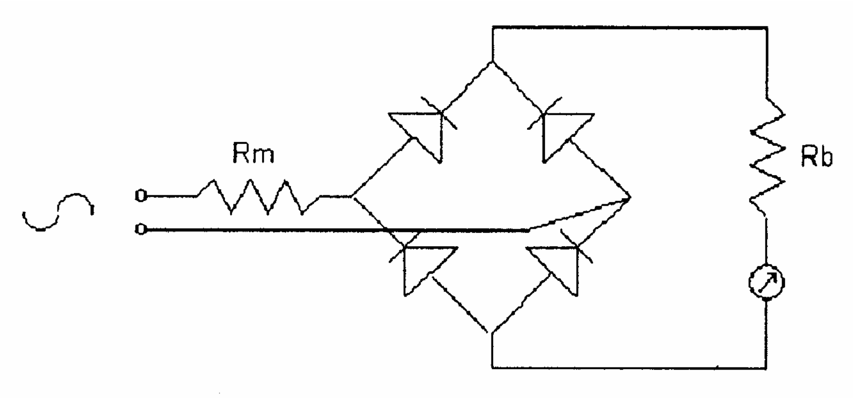


Figura 30: Schema elettrico di raddrizzatore

R_b è la resistenza della bobina mobile. Abbiamo un raddrizzatore di corrente con ***R_m*** resistenza moltiplicatrice.

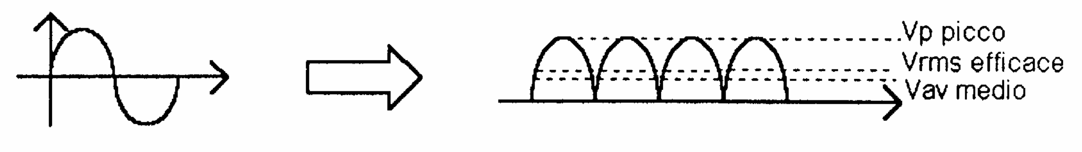


Figura 31: Risultato ottenuto

Lo strumento da un'indicazione proporzionale al valore medio, per onde sinusoidali:

$$V_{av} = \frac{2}{\pi} V_p \approx 0.636 V_p$$

La scala dello strumento è graduata rispetto ai valori efficaci.

$$V_{rms} = V_{efficace} = \frac{1}{\sqrt{2}} V_{picco} \approx 0.707 \cdot V_{picco}$$

Di seguito è riportato lo schema con raddrizzamento a semionda, per ridurre gli effetti di caduta di tensione non lineare sui diodi:

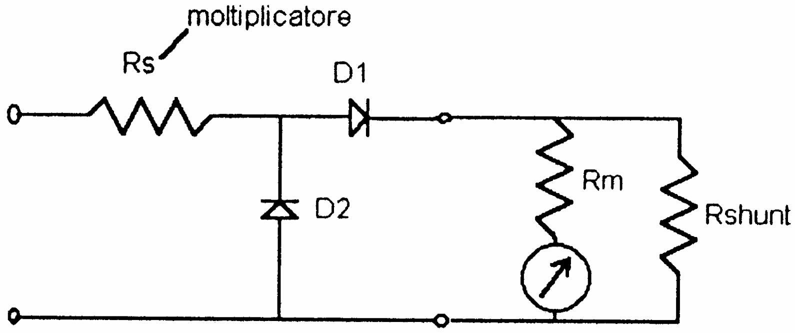


Figura 34: Schema con raddrizzamento a semionda

Su D1 scorre una corrente significativa, dunque la tensione ai suoi capi è circa costante; D2 fa si che quando la tensione è negativa le perdite per corrente inversa su D1 siano piccole, essendo la caduta su D1 piccola. Con tale schema lo strumento è meno sensibile. Il valore medio a mezza onda e la corrente di shunt fanno si di avere meno corrente sullo strumento di misura (lo schema di raddrizzamento in generale da problemi di sensibilità).

Aritmetica Binaria

La notazione Binaria è come quella decimale di tipo **Posizionale**:

Rappresentazione decimale $1397_{10} = 1 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$

Rappresentazione binaria: $1101_2 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 8 + 4 + 0 + 1 = 13$

La regola è quindi: $Peso = numero \cdot Base^{posizione-1}$

Come per la notazione decimale sono valide le operazioni elementari di somma e sottrazione con le seguenti regole:

$0+0=0$	$0-0=0$
$0+1=1$	$1-0=1$
$1+0=1$	$0-1=1$ (con prestito)
$1+1=0$ (con riporto 1)	$1-1=0$

Esempi di somme:

$$\begin{array}{r} 101\ + \\ 10\ = \\ \hline 111 \end{array} \left(\begin{array}{l} 5\ + \\ 2 = \\ \hline 7 \end{array} \right) \qquad \begin{array}{r} 111\ + \\ 111\ = \\ \hline 1110 \end{array} \left(\begin{array}{r} 7\ + \\ 7 = \\ \hline 14 \end{array} \right) \qquad \begin{array}{r} 1010\ + \\ 1101\ = \\ \hline 10111 \end{array} \left(\begin{array}{r} 10\ + \\ 13 = \\ \hline 23 \end{array} \right)$$

Esempi di Sottrazioni:

$$\begin{array}{r} 111\ - \\ 10\ = \\ \hline 101 \end{array} \left(\begin{array}{l} 7\ - \\ 2\ = \\ \hline 5 \end{array} \right) \qquad \begin{array}{r} 11011\ - \\ 1000\ = \\ \hline 10011 \end{array} \left(\begin{array}{r} 27\ - \\ 8\ = \\ \hline 19 \end{array} \right)$$

$$\begin{array}{r} 110011\ - \\ 10001\ = \\ \hline 100010 \end{array} \left(\begin{array}{r} 51\ - \\ 17\ = \\ \hline 34 \end{array} \right)$$

Vediamo ora la seguente sottrazione:

$$\begin{array}{r} 110\ - \\ 1\ = \\ \hline 101 \end{array} \left(\begin{array}{l} 6\ - \\ 1\ = \\ \hline 5 \end{array} \right)$$

I passi per lo svolgimento sono: 0-1 non si può fare prendiamo in prestito una unità dalla cifra che precede; ora il nostro minuendo è ora 10 (uno-zero, cioè 2 in binario) quindi 10-1 (2-1) uguale 1; il numero a cui abbiamo tolto l'unità diventa 0 e come tale viene scritto, l'ultima cifra rimane 1.

Vediamo una sottrazione più complessa:

$$\begin{array}{r} d\;c\;b\;a \\ 1\,0\,0\,0\,- \\ 1\,1\,1\,= \\ \hline 0\,0\,0\,1 \end{array} \quad \left(\begin{array}{r} 8\,- \\ 7\,= \\ \hline 1 \end{array}\right)$$

il meccanismo è uguale al precedente, solo che in questo caso il prestito fa più passaggi:

C diventa 10 (uno-zero) ma passa subito un'unità a B e diventa 1; B diventa 10 ma a sua volta passa un'unità ad A diventando 1 anch'esso; A adesso vale 10 (due):

in (a): 10 − 1 = 1
in (b): 1 − 1 = 0
in (c): 1 − 1 = 0
e in (d) è restato 0

Le regole sono quindi quelle convenzionali già viste nelle sottrazioni decimali: il numero 3 riceve un prestito e diventa 13 e prestando a sua volta diventa 12.
Vediamo ancora qualche esempio:

$$\begin{array}{r} 1\,1\,0\,- \\ 1\,1\,= \\ \hline 0\,1\,1 \end{array} \quad \left(\begin{array}{r} 6\,- \\ 3\,= \\ \hline 3 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} 1\,0\,0\,1\,1\,- \\ 1\,1\,0\,1\,= \\ \hline 0\,0\,1\,1\,0 \end{array} \quad \left(\begin{array}{r} 19\,- \\ 13\,= \\ \hline 6 \end{array}\right)$$

I calcolatori elettronici come molti sanno lavorano con numeri binari e per eseguire l'operazione di sottrazione utilizza un metodo differente: complementano il numero da sottrarre.
Complementare un numero significa invertire tutte le cifre, cioè trasformare tutti gli 1 in 0 e viceversa e al risultato ottenuto si somma 1 (complemento a due)

Metodo aritmetico	Metodo dei calcolatori
$\begin{array}{r} 110111\,- \\ 010100\,= \\ \hline 100011 \end{array}$	$\begin{array}{r} 110111\,+ \\ 101011\,+ \\ 1\,= \\ \hline \cancel{1}100011 \end{array}$

Come si vede, nell'operazione effettuata con il metodo dei calcolatori viene effettuata una somma tra il numero 110111 (55) e il numero 010100 (20) che però è stato complementato in 101011 a cui viene aggiunto 1. Dal risultato si scarta quindi il primo uno a sinistra in quanto eccede dal numero di bit a disposizione. Dal confronto con il metodo aritmetico si nota, a meno di quel 1 scartato, la correttezza del risultato ottenuto (35).
Questo metodo consente di trasformare una sottrazione in una addizione che per quello che riguarda la logica del calcolatore implica il fatto di poter utilizzare la stessa circuiteria (rete logica) per le sottrazioni e le addizioni. Questo implica però anche il fatto che minuendo e sottraendo debbano avere lo stesso numero di cifre (bit) e quindi per numeri con meno cifre vengono aggiunti degli zeri.

Vediamo un'ulteriore esempio di confronto tra metodo aritmetico e dei calcolatori:

Metodo aritmetico Metodo dei calcolatori

$$\begin{array}{r} 1010011\ - \\ \underline{0010001\ =} \\ 1000010 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1010011\ + \\ 1101110\ + \\ \underline{1\ =} \\ \cancel{1}1000010 \end{array}$$

L'operazione che prende il nome di **complemento a due** prevede quindi il fatto di complementare, cioè invertire, tutte le cifre e aggiungere 1.

Le **operazioni di moltiplicazione** in binario si eseguono con le stesse regole delle moltiplicazioni decimali, ma rispetto a queste ultime risultano più semplici:

$$\begin{array}{r} 1101\ \times \\ \underline{101\ =} \\ 1101 \\ 0000 \\ \underline{1101} \\ 1000001 \end{array} \left(\begin{array}{r} 13\ \times \\ \underline{5\ =} \\ 65 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} 1010\ \times \\ \underline{110\ =} \\ 0000 \\ 1010 \\ \underline{1010} \\ 111100 \end{array} \left(\begin{array}{r} 10\ \times \\ \underline{6\ =} \\ 60 \end{array}\right)$$

la maggior semplicità sta nel fatto che dove il moltiplicando va moltiplicato per uno e sufficiente ricopiare il moltiplicando e dove va moltiplicato per 0 è tutto uguale a zero.

Esiste inoltre la regola, che peraltro c'era già in decimale, che moltiplicando per la propria base di numerazione equivale a traslare verso sinistra (aggiungendo degli zeri) le nostre cifre sulla scala posizionale:

$$\begin{array}{r} 101\ \times \\ \underline{10\ =} \\ 1010 \end{array} \left(\begin{array}{r} 5\ \times \\ \underline{2\ =} \\ 10 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{r} 101\ \times \\ \underline{100\ =} \\ 10100 \end{array} \left(\begin{array}{r} 5\ \times \\ \underline{4\ =} \\ 20 \end{array}\right)$$

$$\begin{array}{r} 101\ \times \\ \underline{1000\ =} \\ 101000 \end{array} \left(\begin{array}{r} 5\ \times \\ \underline{8\ =} \\ 40 \end{array}\right).$$

quindi:

$11_2\ (3_{10}) \cdot 10_2\ (2_{10}) = 110_2\ (6_{10}) \cdot 10_2\ (2_{10}) = 1100\ (12_{10}) \cdot 10_2\ (2_{10}) = 11000\ (24_{10})$

$1111_2\ (15_{10}) \cdot 10_2\ (2_{10}) = 11110_2\ (30_{10}) \cdot 10_2\ (2_{10}) =$ ………..

Per la **divisione** le regole non cambiano ma anche in questo caso il calcolo è semplificato:

$$\begin{array}{ll} 10010 : & \underline{11} \\ \;\;011 & \overline{110} \\ \;\;\;\;00 & \\ \;\;\;\;\;\;0 & \end{array} \left(\begin{array}{c} 18:\underline{3} \\ 0\;\;6 \end{array}\right) \qquad \begin{array}{ll} 111011 : & \underline{110} \\ \;\;1011 & \overline{1001} \\ \;\;\;\;101 & \end{array} \left(\begin{array}{c} 59:\underline{6} \\ 5\;\;9 \end{array}\right)$$

infatti come si può notare non esiste il problema di quante volte un numero possa entrare nell'altro, il problema si riduce semplicemente al fatto che: o ci entra (1) o non ci entra (0). La parte più complessa se vogliamo è quella di effettuare la sottrazione.

Conversione Decimale/Binaria

Quanto visto finora ci ha enunciato implicitamente la regola di trasformazione da sistema binario a sistema decimale, vediamo adesso la regola inversa e cioè la trasformazione da sistema decimale a sistema binario:

Un numero intero N ($N \geq 2$) può essere espresso come: $N = 2q_0 + r_0 \text{ con } r_0 = (0,1)$

Se $q_0 \geq 2$ allora $N = 2(2q_1 + r_1) + r_0$
Se $q_1 \geq 2$ allora $N = 2(2(2q_1 + r_1) + r_1) + r_0 = 2^3 q_2 + 2^2 r_2 + 2r_1 + r_0$

E così via fino a quando $qi \geq 2$ cioè $N = 2^i q_i + 2^{i-1} r_{i-1} + \ldots\ldots + 2r_1 + r_0$
Quindi i resti delle divisioni successive dei quozienti q_i per 2 rappresentano le cifre binarie di N.

Esempio:

-	46	0	R0
Q0	23	1	R1
Q1	11	1	R2
Q2	5	1	R3
Q3	2	0	R4
Q4	1	-	-

$$\begin{aligned} 46_{10} &= 2^5 q_4 + 2^4 r_4 + 2^3 r_3 + 2^2 r_2 + 2^1 r_1 + 2^0 r_0 = \\ &= 32 \cdot 1 + 16 \cdot 0 + 8 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 0 = \\ &= 32 + 0 + 8 + 4 + 2 + 0 = \\ &= 46 \end{aligned}$$

il risultato binario, del numero 46 decimale, risulta quindi essere 101110.

NB: dato un numero binario a n cifre, il più grande numero decimale che esso può rappresentare è: $N = 2^n - 1$. Se consideriamo un numero binario a 8 bit (1 byte) il numero decimale rappresentabile sarà $2^8 - 1 = 255$.

Numeri razionali binari

Il modo di trattare i numeri razionali binari è simile a quello usato per gli interi:

$$0.341_{10} = 3\cdot 10^{-1} + 4\cdot 10^{-2} + 1\cdot 10^{-3}$$

In binario:

$$0.1011_2 = 1\cdot 2^{-1} + 0\cdot 2^{-2} + 1\cdot 2^{-3} + 1\cdot 2^{-4} = 0.5 + 0 + 0.125 + 0.0625 = 0.6875_{10}$$

Nel sistema decimale le cifre dopo la virgola rappresentano i decimi, i centesimi i millesimi, ecc. Per analogia nel sistema binario gli 1 dopo la virgola rappresentano i mezzi, i quarti, i sedicesimi eccetera, cioè hanno un peso posizionale secondo le potenze negative di due.
Anche in questo caso abbiamo enunciato implicitamente la regola di trasformazione ad sistema binario a quello decimale dei numeri razionali.

Un po' più complicata è la regola per trasformare dei numeri razionali decimali in binario. Il metodo utilizzato è quello delle moltiplicazioni successive che consiste nel moltiplicare per due il numero da trasformare prendendo come valore binario il risultato ottenuto prima della virgola:

$$\begin{array}{r} 0,6875\ \times \\ 2\ = \\ \hline \boxed{1},3750 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0,375\ \times \\ 2\ = \\ \hline \boxed{0},750 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0,75\ \times \\ 2\ = \\ \hline \boxed{1},50 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0,50\ \times \\ 2\ = \\ \hline \boxed{1},0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0,0\ \times \\ 2\ = \\ \hline \boxed{0},0 \end{array}$$

il numero a sinistra viene invece nuovamente moltiplicato per due fino a quando non otteniamo zero, nel caso di trasformazione esatta o un valore periodico nel caso di trasformazione non esatta.

$$\begin{array}{r} 0,75\ \times \\ 2\ = \\ \hline \boxed{1},5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0,5\ \times \\ 2\ = \\ \hline \boxed{1},0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0,0\ \times \\ 2\ = \\ \hline \boxed{0},0 \end{array}$$

Esempio di trasformazione periodica

$$\overbrace{\begin{array}{r} 0,2\ \times \\ 2\ = \\ \hline \boxed{0},4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0,4\ \times \\ 2\ = \\ \hline \boxed{0},8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0,8\ \times \\ 2\ = \\ \hline \boxed{1},6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0,6\ \times \\ 2\ = \\ \hline \boxed{1},2 \end{array}}$$

$$\overbrace{\begin{array}{r} 0,2\ \times \\ 2\ = \\ \hline \boxed{0},4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0,4\ \times \\ 2\ = \\ \hline \boxed{0},8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0,8\ \times \\ 2\ = \\ \hline \boxed{1},6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0,6\ \times \\ 2\ = \\ \hline \boxed{1},2 \end{array}} \qquad \overbrace{\begin{array}{r} 0,2\ \times \\ 2\ = \\ \hline \boxed{0},4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0,4\ \times \\ 2\ = \\ \hline \boxed{0},8 \end{array} \ \ldots}$$

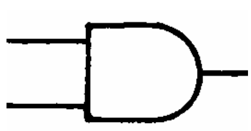
osserviamo su quest'ultima trasformazione che la catena moltiplicativa si ripete a cicli di quattro, questo implica la periodicità del risultato: $0,2_{10} = 0,0011\ 0011\ 0011\ \ldots = 0,\overline{0011}_2$

Concetti di Algebra Booleana

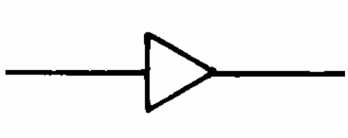
L’algebra Booleana utilizza di norma lettere (maiuscole) A, B, C, ecc. per rappresentare variabili logiche o Booleane e cioè variabili che possono assumere un qualsiasi valore logico che nel caso di valore binario può essere “0” (livello basso) oppure “1” (livello alto) e per meglio identificare il concetto di logica possiamo usare i più corretti termini “FALSO” o “VERO”. Per cui nel caso di Logica Binaria possiamo associare per nostra comodità: “0 = FALSO” e “1 = VERO”.
Come per l’algebra classica possiamo definire una **Funzione Booleana** come una funzione che associa ad ogni elemento del dominio un valore booleano.
Le operazioni principali, dette appunto di tipo LOGICO, che si possono effettuare su queste variabili Booleane possono essere schematizzate come segue:

L’operazione di **somma logica** è detta OR ed è rappresentata dal simbolo logico “+” e dal simbolo circuitale :

L’operazione di **prodotto logico** è detta AND ed è rappresentata dal simbolo logico “·” e dal simbolo circuitale :



L’operazione di **negazione logica** è detta NOT ed è rappresentata dal simbolo logico “ ‾ ” posizionato sulla variabile Booleana e dal simbolo circuitale:



Come nell’algebra classica il prodotto è prioritario rispetto alla somma e quindi **L’AND** è prioritario rispetto all’**OR**.

L’algebra booleana gode inoltre delle proprietà di:
Dualità: Se sostituiamo AND con OR o viceversa (dualità) il risultato è indipendente dalla variabile booleana:

$X + 1 = 1$ indipendentemente dal valore di X
e in modo duale
$X \cdot 0 = 0$ indipendentemente dal valore di X

Idem potenza: il risultato non dipende dall’operatore logico ma dal valore della variabile booleana

$X + X = X$ e in modo duale $X \cdot X = X$

Commutatività: come in algebra convenzionale invertendo i fattori il risultato non cambia

$X + Y = Y + X$ e in modo duale $X \cdot Y = Y \cdot X$

<u>Associatività nella somma:</u> Raggruppando in modo diverso il risultato non cambia

$$X + Y + Z = (X + Y) + Z = X + (Y + Z)$$

Distributività: Distribuendo in modo opportuno i fattori il risultato non cambia

$$(X + Y) \cdot (X + Z) = X + (Y \cdot Z) \quad \text{e in modo duale} \quad (X \cdot Y) + (X \cdot Z) = X \cdot (Y + Z)$$

Dimostrazione: $(X + Y) \cdot (X + Z) = XX+XZ+YX+YZ = X+X\cdot(Z+Y)+Y\cdot Z = (X+X)+(Y\cdot Z) = X+(Y\cdot Z)$

<u>Complementazione:</u> Il risultato di una somma o di un prodotto di X per il proprio complementare è indipendente dal valore di X

$$\overline{X} + X = 1 \quad \text{e in modo duale} \quad \overline{X} \cdot X = 0$$

<u>Assorbimento:</u> Il risultato delle seguenti funzioni è dipendente da X

$$X + X\cdot Y = X \quad \text{e in modo duale} \quad X \cdot (X + Y) = X$$

Dimostrazione: se X = 0 in entrambi i casi il risultato vale 0 e viceversa se X = 1 …….

<u>Consenso:</u> alcuni termini sono eliminabili se non sono implicanti

$$X\cdot Y + Y\cdot Z + Z\cdot X_{(\text{negato})} = X\cdot Y + Z\cdot X_{(\text{negato})}$$

Infatti:

se Y=0 e Z=0 allora 0=0
se Y=1 e Z=1 allora 1=1
se Y≠Z=1 allora XY=X
se Y≠Z=0 allora X(negato) = X(negato)

<u>involuzione</u> (detta anche legge del NOT): la doppia negazione riporta al valore dato

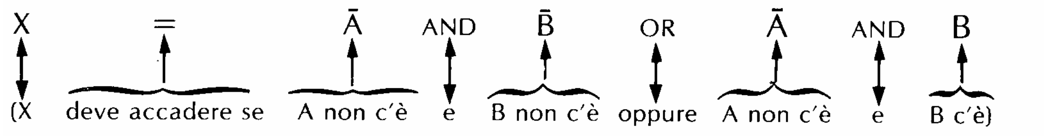
Queste proprietà ci consentono in molti casi di poter semplificare la nostra funzione booleana e di conseguenza il circuito logico risultante.
Nell'argomento successivo utilizzeremo rappresentazioni di tipo binario utilizzando l'algebra di Bool, le cui proprietà sono state appena descritte, ed in particolare vedremo le funzioni logiche dette "Equazioni Booleane" ed il loro utilizzo.

Equazioni Booleane

Accade spesso che nel progettare schemi venga richiesto un circuito che risponda a determinati comportamenti che di norma vengono riportati su una ***Tavola di Verità***. Uno schema tipo è quello che prevede due variabili booleane (A,B) in cui un certo evento X (di uscita) si verifica o meno a seconda del verificarsi degli eventi A, B. In questi casi si ha a che fare con una ***Rete Combinatoria***. Quindi data la tabella di verità seguente e considerando 1 come il verificarsi dell'evento (livello alto) e 0 il non verificarsi (livello basso), andiamo ad analizzare quando la combinazione delle variabili A e B fanno in modo che l'evento X si sia verificato.

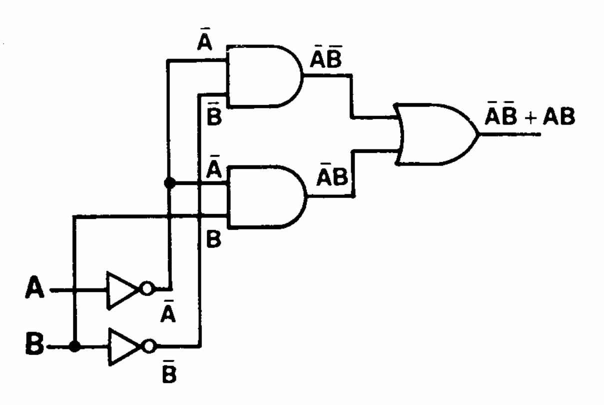
A	B	X
0	0	1 ←
0	1	1 ←
1	0	0
1	1	0

Come indicano le frecce sulla tabella di verità l'evento X accade quando le variabili A e B non ci sono (sono cioè a livello basso detto anche *falso*) oppure quando A non c'è (livello basso = *falso*) e B c'è (livello alto = *vero*). Nella figura che segue viene visualizzata la frase appena descritta in linguaggio booleano:



Che in modo sintetico risulta essere: $X = \overline{A}\,\overline{B} + \overline{A}B$

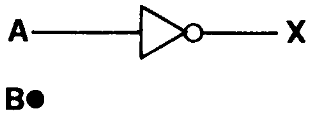
Volendo rappresentare questa funzione utilizzando la simbologia circuitale otteniamo:



Che come si nota include due porte NOT (inverter) due porte AND e una porta OR.
Analizzando meglio l'equazione e ricordando le proprietà viste per l'algebra booleana si nota subito una possibile semplificazione che ci consente di ***Minimizzare*** il nostro circuito.

Infatti se raccogliamo la variabile A (negata) otteniamo: $X = \overline{A}(\overline{B} + B) = \overline{A}$

Quindi il circuito che ci occorre affinché l'evento X si verifichi sarà rappresentato da una singola porta NOT:

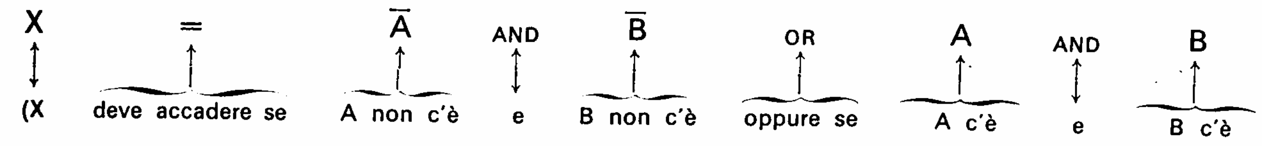


Questo, oltre a semplificarci non poco la realizzazione del circuito, ci dice che la variabile (ingresso) B non è influente per il verificarsi dell'evento cercato.

Vediamo ora un altro esempio e un'altra tavola di verità:

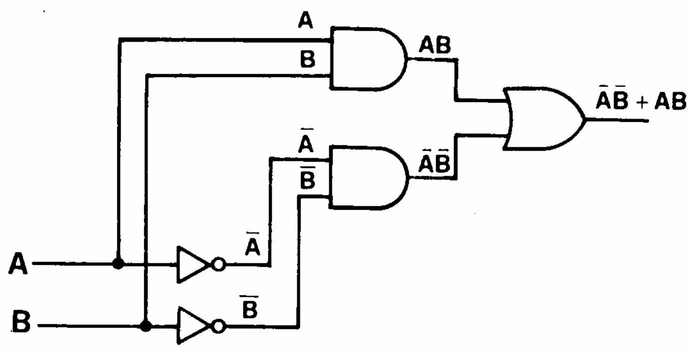
A	B	X
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

La rappresentazione in notazione booleana sarà:



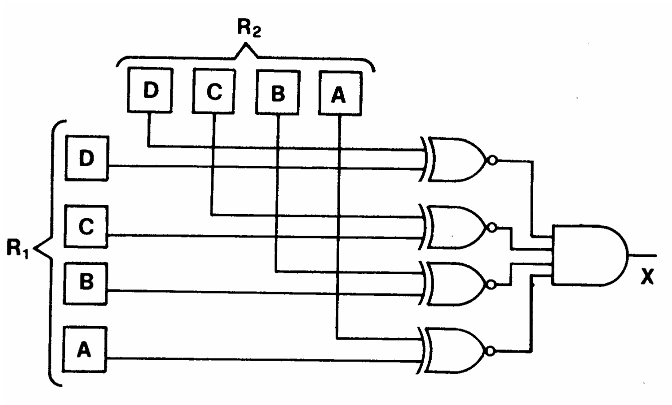
e in modo sintetico: $X = \overline{A}\,\overline{B} + AB$

Il circuito corrispondente prevede anche in questo caso due porte NOT due AND ed una OR:



I° Esempio: Comparatore Binario

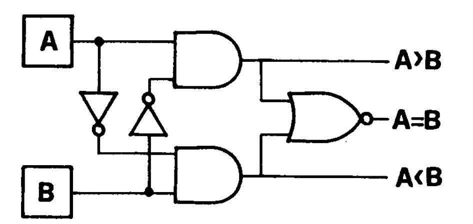
Il metodo più semplice di confrontare numeri binari e quello riportato nella figura seguente che utilizza dei NOR-ESCLUSIVI. L'estensione del confronto a più variabili booleane (bit) prende il nome di *registro a N bit*, in alcuni casi si parla di registro che contiene una *parola a N bit*.



In questo caso l'uscita X vale 1 se, e solo se, il registro R_1 è uguale al registro R_2. In qualsiasi altro caso il valore di uscita è uguale a zero. Questo esempio, espandibile anche ad un numero superiore di bit, mostra una semplice applicazione di creazione di una rete digitale.

II° Esempio: Comparatore Maggiore/minore

Un'altra applicazione può essere quella del confronto fra due numeri (binari) per vedere se un numero è maggiore, minore o uguale ad un altro numero. Nelle *macchine a controllo numerico* vengono utilizzati comparatori binari completi, del tipo riportato nella figura seguente, per verificare la corrispondenza del valore attuale con il valore precedentemente inserito.

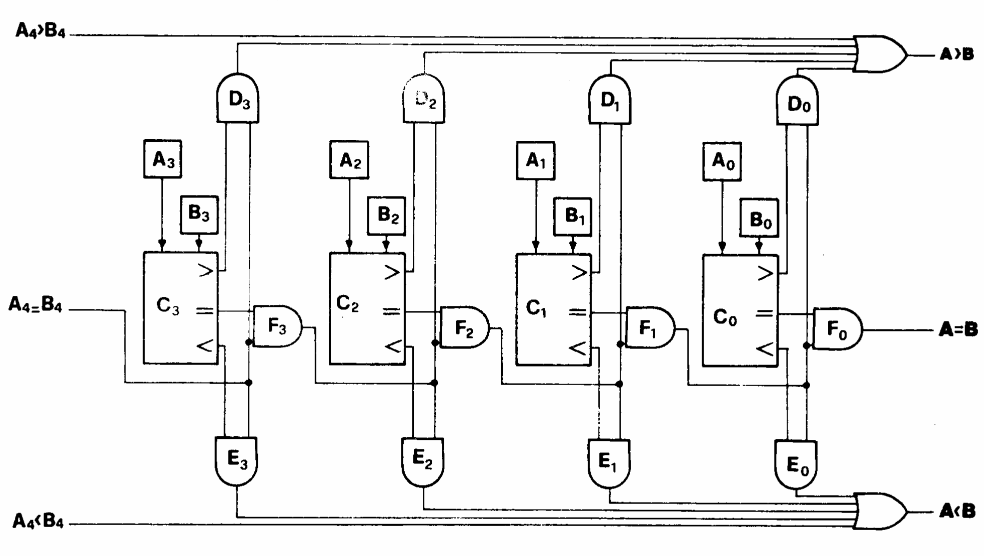


Questo comparatore è in grado di confrontare un bit con un altro e la tabella di verità corrispondente viene riportata di seguito.

A	B	A > B	A = B	A < B
0	0	0	1	0
0	1	0	0	1
1	0	1	0	0
1	1	0	1	0

Ma con un bit si risolve poco, è necessario quindi poter estendere la comparazione ad un qualsiasi numero di bit (registro).

Volendo comparare due numeri a 8 bit (1 byte) considerati come elenchi ordinati di variabili booleane dobbiamo pensare ad uno schema più complesso (ma non troppo):



questo schema è configurato per 4 bit ma come si vede può essere esteso con facilità con un collegamento in cascata. Le scatole C1, C2, C3 e C4 sono comparatori a un bit del tipo visto precedentemente.

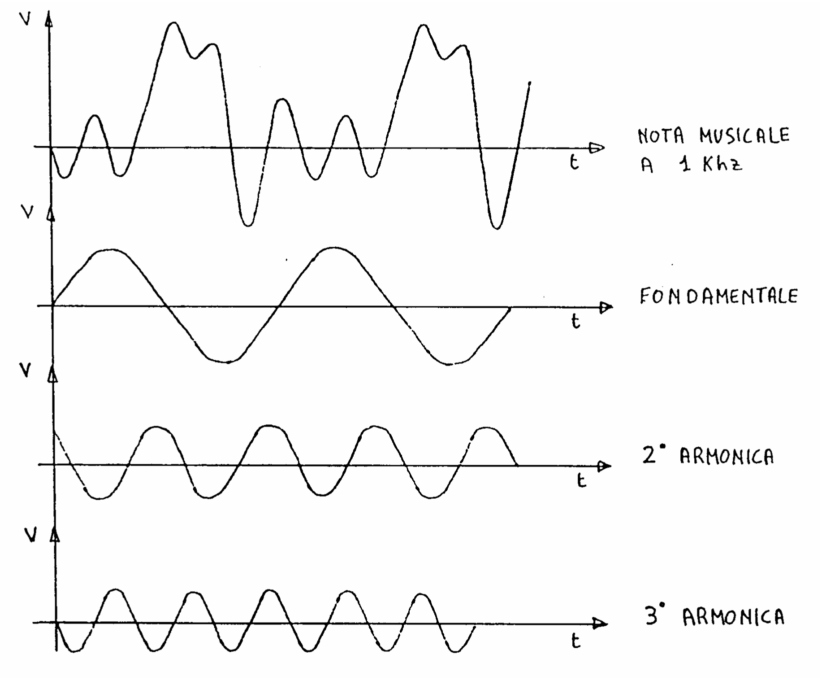
Caratteristiche Generali dell'informazione Analogica e Numerica

Generalità

Un segnale analogico e' rappresentato da una grandezza fisica (elettrica, nei casi di nostro interesse) che varia nel tempo, generalmente in modo continuo.
Poiché l'informazione di un segnale continuo è contenuta nella sua modalità di variazione nel tempo (forma d'onda), un sistema di comunicazioni deve trasmettere questa con il grado desiderato di fedeltà.
Le cause del degradamento di un segnale analogico durante la trasmissione sono essenzialmente il rumore e le distorsioni. Il rumore può essere termico, dovuto ad interferenze di altri segnali, causato da scariche atmosferiche, ecc.
Con la voce distorsioni si considerano tutte le degradazioni per es. introdotte da:

- limitazione dello spettro del segnale, a causa dell'azione filtrante svolta dall'insieme del mezzo trasmissivo
- distorsione nel dominio del tempo del segnale, causata dalla non perfetta linearità degli apparati, che origina segnali armonici prima non esistenti
- distorsione di ampiezza.

Un segnale discreto è una sequenza ordinata di simboli appartenenti ad un insieme.
Poiché l'informazione è contenuta nei simboli stessi, un sistema di comunicazione deve provvedere alla trasmissione di questi con il desiderato grado di accuratezza.
Nella trasmissione di segnali discreti, il problema non sta nel mantenimento della forma iniziale del segnale, ma piuttosto nella possibilità del segnale stesso di farsi riconoscere dal ricevitore con la minima probabilità, di errore.
Un notevole vantaggio della trasmissione di segnali discreti è la possibilità, dopo il riconoscimento, di ricostruire i segnali stessi, riottenendoli senza disturbi ne distorsioni. Da quanto detto appare evidente che la qualità di una trasmissione di segnali discreti non sarà più valutata in base alle distorsioni ed al rumore, ma in base alla probabilità di interpretare erroneamente un simbolo (tasso di errore).



I segnali discreti presentano una notevole immunità ai disturbi ed alle distorsione dei sistemi di trasmissione, almeno fino a quando questi non superano una determinata soglia.
I segnali sopra descritti (continui o discreti) contengono informazione, e la loro trasmissione a distanza implica comunque distorsione di qualche tipo più o meno avvertibile.
E' necessario esaminare le caratteristiche dei segnali (continui o discreti) e studiare il loro comportamento durante la trasmissione (elaborazione).
In natura la funzione sinusoidale è la più comune (basta pensare al pendolo, alle vibrazioni meccaniche, alle onde), ed in effetti e,' possibile scomporre ogni segnale con un certo andamento nel tempo in una serie di segnali con andamento sinusoidale.

sviluppo in serie di Fourier

Questo procedimento consente la scomposizione di un segnale e la costruzione del suo spettro purché il segnale in esame sia periodico.
Una funzione periodica può essere sviluppata con una serie infinita di termini tale che il valore della funzione in esame e' rappresentato istante per istante dalla serie (cioè, la somma di tutti i termini) che viene chiamata appunto "Serie di Fourier".
I termini della serie sono funzioni seno e coseno di frequenza pari a quella della funzione in esame (componente fondamentale o i' armonica), e di frequenza doppia, tripla ecc. della fondamentale (2°, 3°, ... ennesima armonica).
Le ampiezze di tali termini vanno via via decrescendo all'aumentare dell'indice dei termini stessi (vedi figura).
La serie fornisce anche un termine costante pari al valore medio della funzione:

$$v(t) = Am + B\ \mathrm{sen}\Omega t + C \cos\Omega t + D\ \mathrm{sen}2\Omega t + E \cos 2\Omega t + \ldots$$

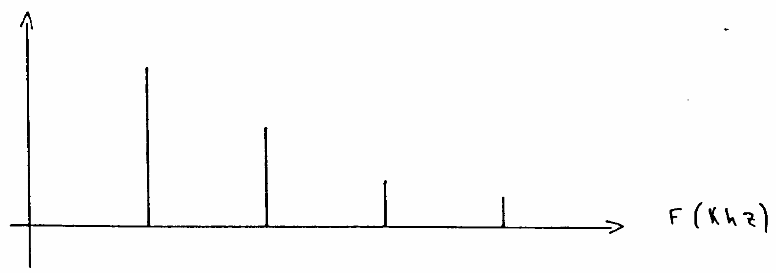
La determinazione dei coefficienti A,B,C,D,E... rappresenta l'analisi armonica del segnale stesso.
Nella realtà poiché non é conveniente avere due rappresentazioni grafiche (una per i termini seno e l'altra per i termini coseno), si usa adottare un coefficiente risultante.

$$Fl = \sqrt{A^2 + B^2} \qquad F2 = \sqrt{C^2 + D^2} \qquad F3 \ldots\ldots$$

ottenendo

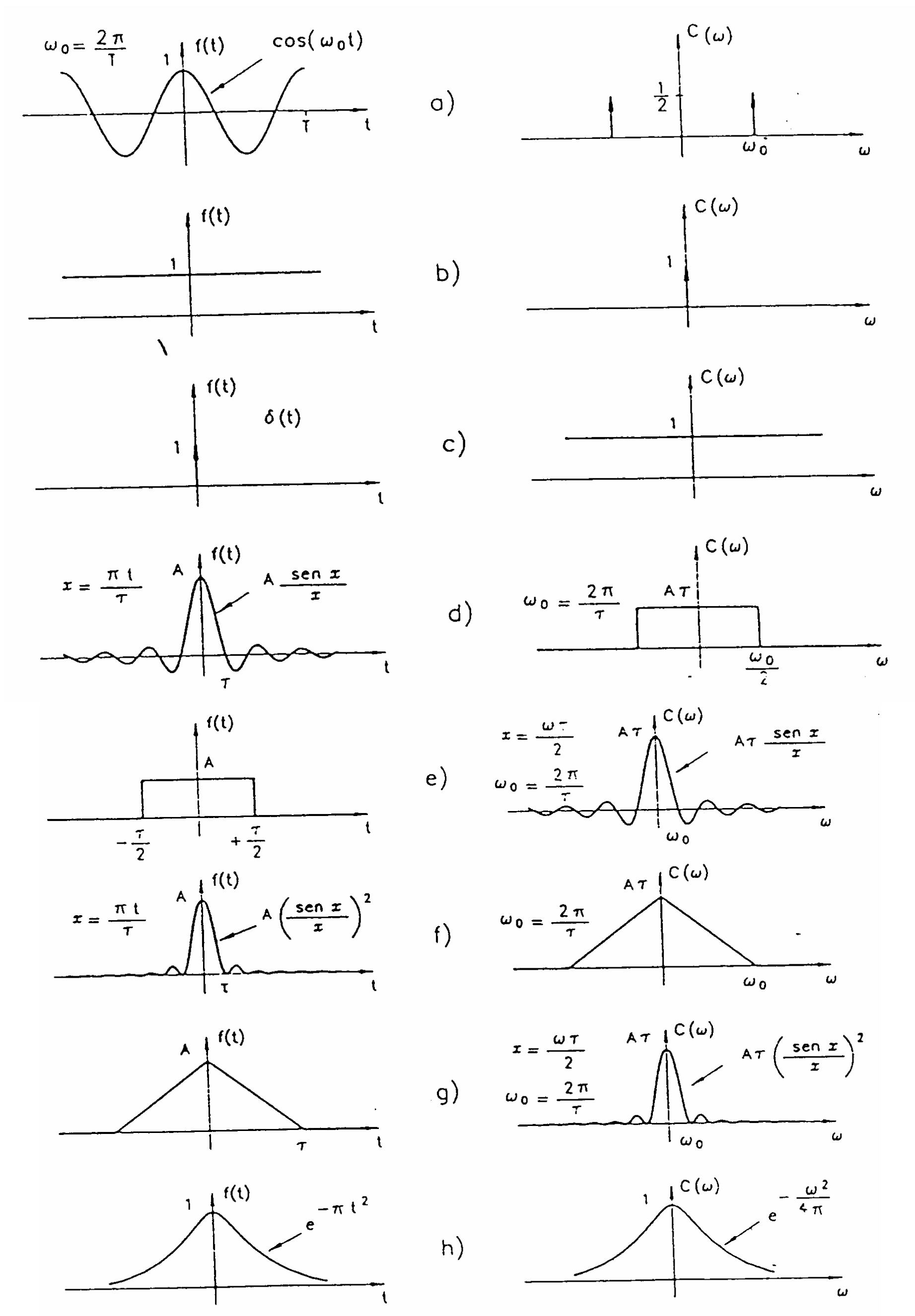
$$v(t) = F/2 + Fl \cos(\Omega t - \phi 1), + F2 \cos(2\Omega t - \phi 2) + \ldots$$

l'insieme dei valori F costituisce lo spettro di ampiezza (Vedi figura).

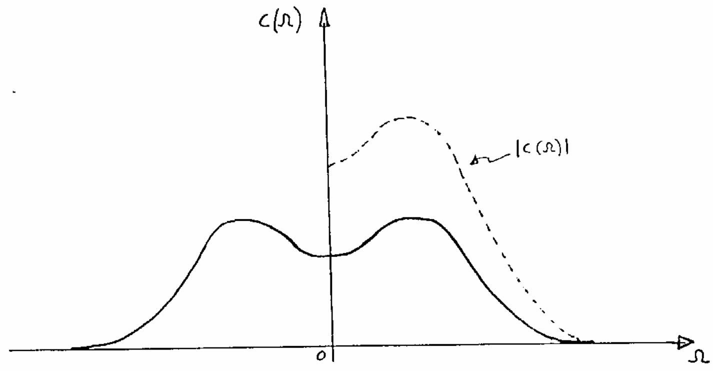


Esula dagli scopi del corso, ma, a titolo informativo, è bene ricordare che e, possibile ricavare lo spettro anche di segnali aperiodici impulsivi.

In sostanza, è possibile, dato un impulso isolato f(t), ricavarne lo spettro C(Ω) tramite la Trasformata di Fourier; l'operazione è perfettamente simmetrica, poiché dato lo spettro C(Ω) di un segnale è possibile mediante l'Antitrasformata ricavarne l'andamento nel tempo.



In figura sono riportati gli spettri di alcuni segnali. Occorre osservare che la Trasformata di Fourier fornisce uno spettro bilatero, cioè C(Ω) è una funzione simmetrica rispetto allo zero, ed e' costituita anche da frequenze negative.
In pratica, però lo spettro reale C(Ω) è di ampiezza doppia ed ovviamente con frequenze positive (vedi immagine in successiva) sia la rappresentazione di uno spettro bilatero ottenuto con Trasformazione di Fourier che l'immagine realmente visualizzata con uno strumento analizzatore di spettro).
Per una analisi ancora più attenta occorre precisare che per segnali periodici si ha uno spettro di ampiezza a righe, mentre per segnali aperiodici si ha uno spettro continuo.



Trasmissione discreta di informazioni continue

Vi è oggi una netta tendenza, in tutto il campo delle telecomunicazioni, a numerizzare le varie informazioni continue al fine di inviare sui mezzi trasmissivi i relativi segnali discreti ed usufruire così dei vantaggi insiti nella trasmissione di questi ultimi.
Il primo campo di impiego della tecnica di numerizzazione delle informazioni continue è stato quello della telefonia allorquando, negli anni sessanta, e' stato possibile realizzare tecnologicamente e su larga scala (grazie all'impiego dei transistor) quello che già negli anni quaranta era stato studiato e provato sperimentalmente nei laboratori Beli: la trasmissione di segnali vocali impiegando segnali codificati con ampiezza costante, simili a quelli usati in telegrafia.
La modulazione impiegata allora fu denominata Modulazione a Codice di Impulsi (Pulse Code Modulation, ovvero PCM) , ed il segnale numerico ottenuto fu chiamato PCM.
La caratteristica fondamentale di un segnale numerico e, quella di essere discreto sia nel tempo che in ampiezza.

Teorema del Campionamento

Il primo passo che deve essere fatto per trasformare un segnale, funzione reale e continua nel tempo, in un segnale discreto (PCM), e' il campionamento.
Questa operazione consiste nel trasformare una grandezza continua in una successione temporale discreta di campioni. Per necessita" pratica occorre contenere il numero di campioni acquisiti (e quindi trasmessi) : ne consegue che è necessario porre un limite alla massima frequenza contenuta nel messaggio. Si deve perciò provvedere al filtraggio del segnale in ingresso.
Una volta filtrata, l'informazione viene campionata, ed fc = l/Tc è la frequenza di campionamento.
L'idea che sia possibile eseguire il campionamento di una funzione continua nel tempo limitata in frequenza trova giustificazione nel fatto che, poiché l'informazione portata da tale funzione deve essere finita, non tutti i suoi punti sono significativi; cioè solo un numero limitato di punti costituenti la funzione e, indipendente da tutti gli altri. Perciò basta trasmettere solo questi per trasmettere tutta l'informazione contenuta nella funzione.
Il Teorema del Campionamento, elaborato da Shannon recita: "se una informazione, funzione reale e continua nel tempo, è campionata ad intervalli regolari e ad una velocità doppia della massima frequenza contenuta nel messaggio, i campioni così ottenuti contengono tutta l'informazione caratteristica del messaggio originale".

Discretizzazione nel Tempo

Occorre verificare che non avvenga degradazione di informazione se si considerano le ampiezze di un segnale continuo solo in corrispondenza di istanti caratteristici fissati da un temporizzatore di opportuna frequenza di ripetizione; vengono cioè considerati, del segnale elettrico continuo, solo i campioni prelevati ad una certa frequenza (frequenza di campionamento) ed il problema e,' quello di poter verificare se tali campioni sono, da soli, sufficienti a contenere tutta l'informazione del segnale originario senza l'introduzione di nessuna degradazione .
Come già detto nel paragrafo precedente, l'operazione di campionamento su di un segnale continuo è possibile e non introduce alcune degradazioni sull'informazione purché la frequenza di campionamento sia almeno doppia della massima frequenza contenuta nello spettro del segnale continuo.
Così se si vuole campionare una sinusoide ad 1 KHz e,' possibile farlo purché la frequenza di campionamento sia almeno maggiore di 2 KHz; nel caso di segnale telefonico, il cui spettro medio di frequenza e' esteso da 300 Hz a 3400 Hz, e, possibile campionarlo con una frequenza almeno superiore a 6400 Hz (in pratica, come si vedrà, sì campiona a 8 kHz).
Si ribadisce che i campioni correttamente ricavati dal segnale continuo contengono tutta l'informazione, pertanto si vuole sottolineare che campionare ad una frequenza molto più, elevata di quella strettamente necessaria (per esempio fc = 4 kHz su di un segnale di 1 kHz) costituisce, da un certo punto di vista, uno spreco, anche se ciò non appare immediato.

Discretizzazione in ampiezza

Vista la possibilità di rendere discreto nel tempo un segnale continuo senza introdurre nessuna degradazione, si vuole esaminare che cosa comporta rendere discrete le ampiezze; ovviamente le ampiezze di cui si parla sono quelle dei campioni rappresentativi del segnale originario.
Discretizzare l'ampiezza di un campione, che inizialmente può assumere qualsiasi livello fra gli infiniti contenuti entro una prefissata dinamica continua, significa semplicemente effettuare una operazione dì approssimazione (per difetto o per eccesso a seconda del valore iniziale del campione) per ricondurre tale valore a quello più, vicino di una scala discreta composta da un numero finito di livelli entro la stessa dinamica.
Si consideri, per esempio, una informazione fonica, rappresentata da una segnale elettrico con una dinamica compresa entro +128 livelli e con una occupazione di banda da 300 a 3400 Hz; dopo un campionamento a 8 kHz per rendere il segnale discreto nel tempo, si pensi di approssimare al millivolt l'ampiezza dei campioni. Si ottengono in tal modo dei campioni di ampiezza discreta da zero a +127 mV a passi di 1 mV.
Questo segnale discreto nel tempo e nelle ampiezze e' a tutti gli effetti un segnale numerico derivato, dopo un processo di campionamento e di quantizzazione (questo è il nome che viene dato alla operazione di approssimazione appena descritta) da un segnale continuo.
Come appare evidente il processo di quantizzazione, proprio perché, riduce gli infiniti livelli possibili ad un numero finito mediante approssimazione, introduce sul segnale (e quindi sulla informazione) un certo degradamento che, tuttavia, e' perfettamente controllabile e limitato in quanto dipende solamente dall'entità dell'approssimazione effettuata.
Se si ha cura di tenere l'intervallo fra un livello discreto di ampiezza e l'altro (intervallo quantico) tale da rendere accettabile il degradamento introdotto dalla quantizzazione sulla informazione, si può concludere che il processo di numerizzazione e' possibile.
A seconda del tipo di informazione che si vuole numerizzare (telefonica, musicale, TV ecc.) viene studiata l'ampiezza massima da dare all'intervallo quantico, al fine di ottenere un degradamento ancora tollerabile ed un numero di livelli discreti non troppo elevato all'interno della dinamica.
Il segnale così ottenuto , pur essendo numerico , non è chiaramente adatto per essere trasmesso in quanto possiede un numero troppo elevato di livelli; sarebbero infatti necessari apparati di

riconoscimento dotati di un numero eccessivo di soglie, con costi elevati e notevoli complicazioni circuitali.

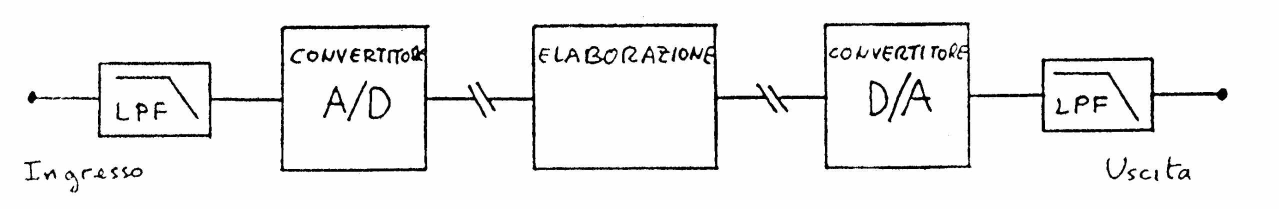
Conversione Analogico/Digitale e Digitale/Analogica

Premessa

La maggior parte dei segnali che provengono dal mondo reale, e quindi dagli strumenti che ne misurano le grandezze, sono di natura analogica. Poiché al contrario, i sistemi di elaborazione attuali trattano l'informazione con metodi numerici, risulta necessario l'impiego di opportuni moduli di conversione che permettano il dialogo tra i sensori e la macchina, e naturalmente tra questa e gli attuatori.
La conversione analogico/digitale (A/D) e digitale/analogico (D/A) e' diventata un importante capitolo dell'elettronica moderna; negli ultimi anni il costo della componentistica integrata dedicata allo scopo si è fortemente ridotta, favorendone l'impiego in tutti i campi, compresa quello consumer.

PRINCIPI

La tecnica di elaborazione dei segnali analogici con metodi numerici e' chiamata DSP (Digital Signal Processing); un canale DSP può essere schematizzato nella figura seguente:



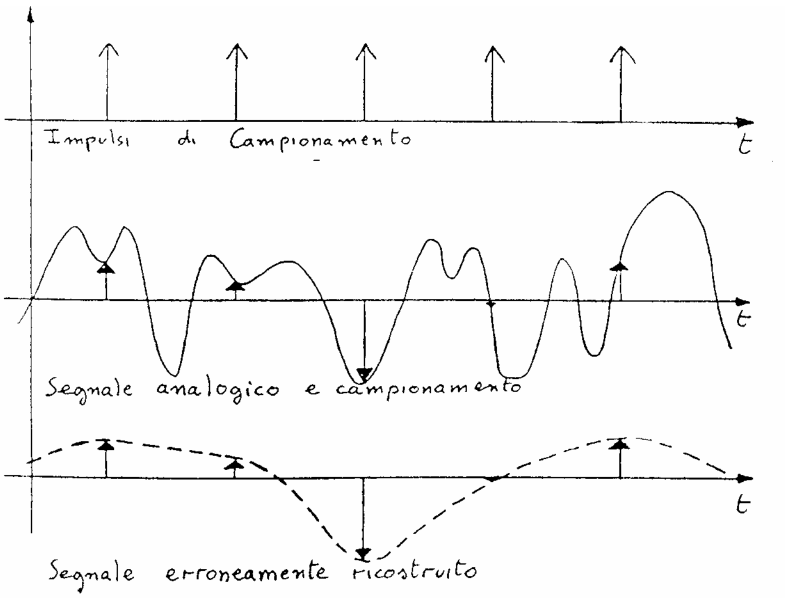
Prima di considerare gli aspetti propriamente tecnici della conversione A/D e D/A, conviene soffermarci su alcuni aspetti fisici dei segnali in generale.

Un segnale analogico e' tale non solo poiché la grandezza che lo rappresenta e' di tipo continuo, ma anche perché questa può variare nel tempo con continuità; al contrario, in un sistema digitale non solo la grandezza in esame è descritta in forma quantizzata (numerica), ma anche la variabile tempo non e' continua.
Un qualunque processo analogico, dopo la conversione A/D, subisce quindi due tipi di approssimazione: una nel tempo, l'altra nella grandezza di misura.

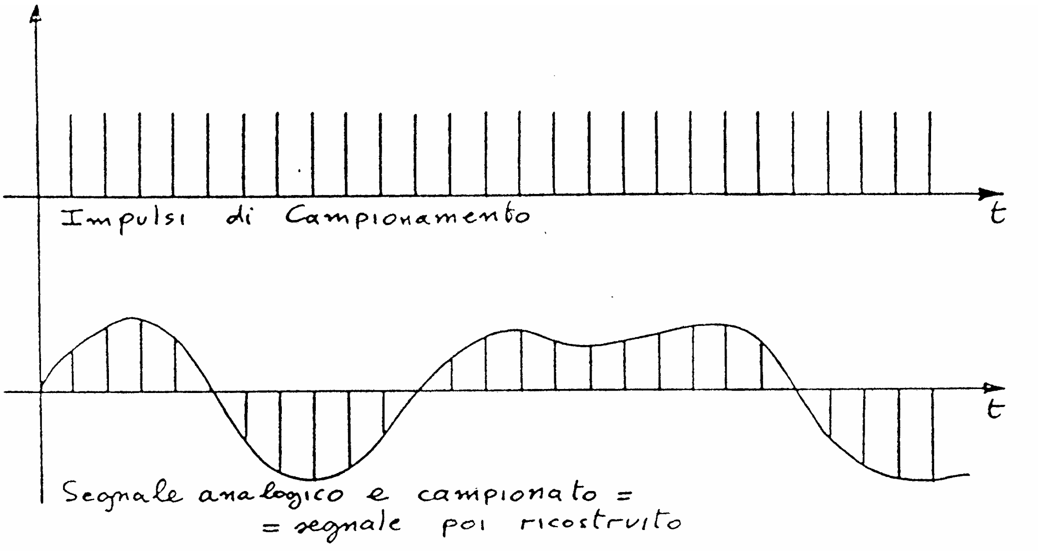
La sequenza logica delle operazioni da effettuare per convertire un segnale analogico che varia nel tempo e' la seguente:

1) Operazione di campionamento, tramite la quale vengono prelevati valori del segnale negli istanti di discretizzazione temporale (quantizzazione del tempo);
2) Operazione di "tenuta" del segnale campionato, in modo da mantenere costante il valore analogico fino al successivo istante di campionamento;
3) Operazione di conversione A/D vera e propria, con codifica numerica del segnale (Quantizzazione della grandezza di misura).

La prima operazione merita un discorso particolare. Intuitivamente, se un segnale varia rapidamente nel tempo, e' necessario che la frequenza degli istanti di campionamento sia sufficientemente elevata, altrimenti perderemmo informazione sul segnale:

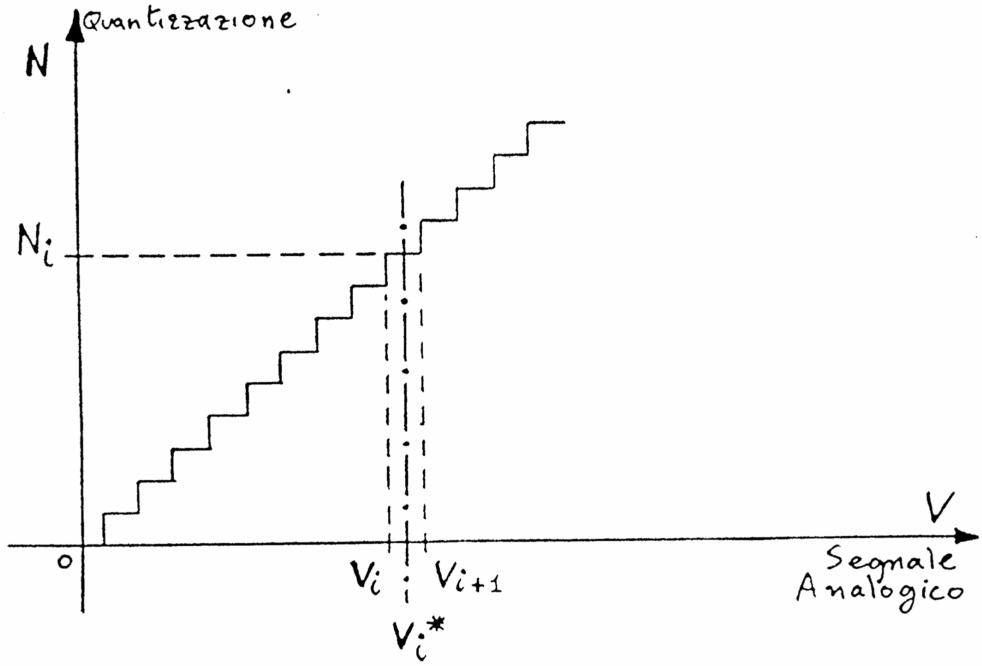


Come si vede in figura, le rapide variazioni del segnale tra gli impulsi di campionamento vengono perse, ed il segnale ricostruito a valle della catena non assomiglia più all'originale.
Affinché il segnale possa essere completamente ricostruito, deve essere verificata la condizione dettata dal Teorema del Campionamento: "Se F è la massima frequenza contenuta nel segnale analogico, la frequenza di campionamento minima deve essere 2F". in pratica e' necessario effettuare una operazione preliminare di filtraggio passa-basso, adeguata ad una efficiente limitazione della banda del segnale; tuttavia, poiché non esiste un filtro passa-basso ideale, normalmente non si riesce a campionare un segnale alla frequenza doppia della banda passante nominale, ma si deve ricorrere ad una frequenza all'incirca tripla.



All'operazione di campionamento poi, deve seguire un operazione di "tenuta", capace di mantenere memorizzato in forma analogica il valore campionato: infatti il convertitore vero e proprio necessita di un segnale in ingresso costante fino a conversione avvenuta.
Le operazioni di campionamento e tenuta sono svolte con opportuni circuiti chiamati "Sample and Hold" che oggi è possibile trovare integrati e, in qualche caso, sono inclusi nel chip A/D completo.

La conversione A/D vera e propria consiste nella assegnazione di un numero alla grandezza campionata. La legge di assegnazione (quantizzazione) e' descritta nella seguente figura:



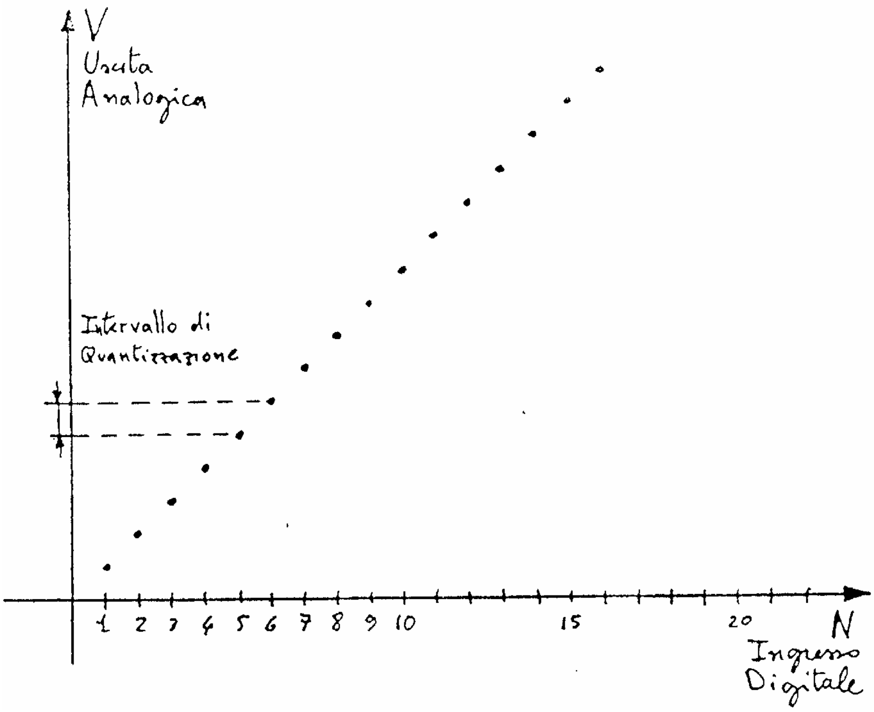
Si osserva che per effetto della quantizzazione ogni valore V del segnale analogico compreso nell'intervallo: $V_i \div V_{i+1}$ viene quantizzato sempre al medesimo livello N_i.

L'intervallo: $V_{i+1} - V_i = Q$ viene definito "Intervallo di Quantizzazione; esaminando il grafico si vede che, durante il processo di quantizzazione si commette un errore che può essere valutato In questi termini: se facciamo l'ipotesi di associare al segnale analogico V_i^* il livello discreto N_i. osserviamo che tutti i valori analogici compresi nell'intorno di: $V_i^* = ½Q$ vengono quantizzati sempre al livello N_i, pertanto l'errore massimo che si può commettere è pari a: $\pm ½Q$.

Tale errore viene definito "errore di quantizzazione". Chiaramente, più livelli di quantizzazione si avranno a disposizione, minore sarà l'errore di quantizzazione; pertanto un parametro molto importante che caratterizza un convertitore A/D e' il numero di livelli di quantizzazione.

Per quanto riguarda la conversione da segnale digitale ad analogico, e' possibile anche in questo caso effettuare una analisi del tipo seguito per i convertitori A/D.
La caratteristica ideale di un convertitore digitale/analogico (D/A) e' rappresentata nella figura nella pagina che segue.
La relazione che esiste in questo caso tra ingresso ed uscita e' espressa tramite un insieme di punti, in quanto l'ingresso digitale può assumere soltanto un insieme finito di valori.
Gli errori che si hanno nella conversione digitale/analogica sono dovuti principalmente agli scostamenti tra il valore ideale dell'uscita analogica e quella effettiva, a causa delle tolleranze di fabbricazione del convertitore stesso;
si definiscono in generale i seguenti errori:

- errore di zero;
- errore di scala;
- errore di non-linearita' differenziale;
- errore di non-linearíta' integrale;
- errore di non-monotonícita' (la caratteristica reale presenta delle discontinuíta' nella pendenza);

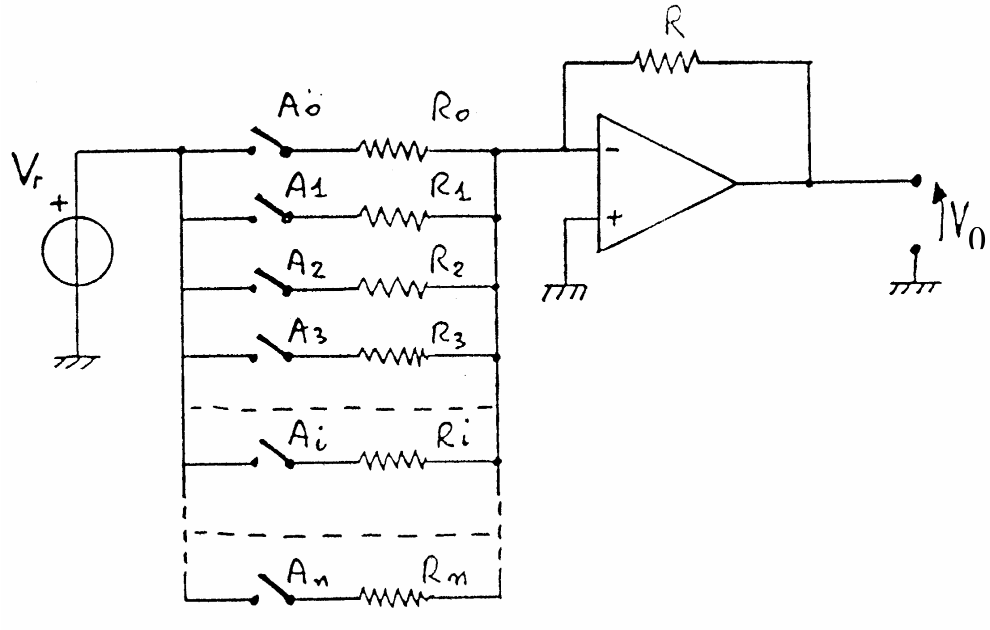


Vi sono poi gli errori dovuti al rumore, ecc. come nel caso degli A/D; sono da sottolineare gli errori dovuti ad accoppiamenti tra la parte digitale e quella analogica, e quelli dovuti ai glitches della parte digitale.

E' importante che il valore globale di errore, tenendo conto di tutte le possibili fonti di imprecisione, sia inferiore all'intervallo di quantizzazione, in modo da non ridurre la risoluzione con la quale e' stato determinato l'ingresso digitale.

CONVERTITORI DI TIPO DIGITALE/ANALOGICO (DAC)

Affrontiamo per primi i DAC (*Digital-Analog Coverter*), poiché più semplici da analizzare e perché spesso sono impiegati come parte dei convertitori A/D. In passato si distinguevano due categorie di convertitori D/A, i seriali e i paralleli; in questa trattazione trascureremo i primi poiché ormai non più usati, grazie al progresso della tecnologia che ha consentito di ottenere convertitori paralleli estremamente precisi, affidabile e a basso costo. Un primo semplice sistema di conversione D/A può essere descritto dalla seguente **Rete a Resistenze Pesate**:



L'operazionale e' impiegato come sommatore: gli ingressi digitali (A_0,A_1,A_2...An) azionano gli interruttori elettronici in modo da "chiuderli" quando la variabile binaria corrispondente vale "1".
I valori delle resistenze (R_0,R_1,R_2... Rn) sono scalati tra loro secondo le potenze dei 2, in modo che ciascun bit dia un contributo in tensione sull'uscita con un <u>peso</u> appropriato alla posizione della cifra digitale, infatti:

$$V_0 = -\sum V_i \frac{R}{R_i}$$

Nel caso che il segnale digitale da convertire sia un segnale codificato in codice binario puro, la relazione precedente diventa:

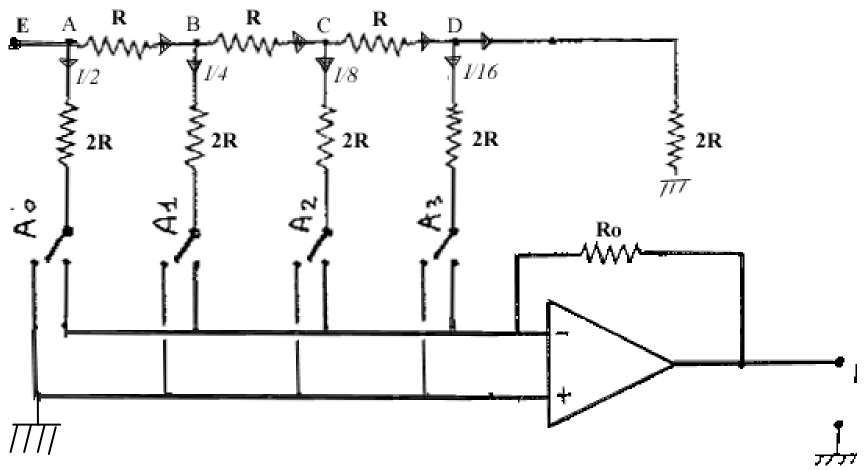
$$V_0 = -\sum V_i \frac{R}{R_i} = -\sum_0^N V_i \cdot 2^i$$

La caratteristica di questo tipo di convertitore è la buona velocità di conversione; la precisione e la ripetibilità di conversione dipendono dalla sorgente di riferimento V_r, dall'accuratezza con cui si sono stabiliti i rapporti tra le resistenze e l'insensibilità alle derive termiche.

Le principali fonti di errore sono dovute al fatto che la resistenza degli interruttori elettronici, quando sono chiusi, e' diversa da zero, e pertanto, per minimizzare l'errore, bisogna far si che abbiano una resistenza nettamente inferiore alla più piccola resistenza che compare nel circuito.
Un altro importante problema è dovuto al fatto che più aumenta il numero di bit da convertire, più compaiono rapporti tra resistenze molto elevati, ovvero valori resistivi piccoli, (ad esempio con

codice binario a 12 bit il rapporto più elevato tra le resistenze vale 4096) e di conseguenza le fonti di errore prima specificate iniziano a fare sentire il loro effetto.

Un altro convertitore DAC molto utilizzato, anche perché più facile da realizzare riducendo l'errore introdotto da valori di resistenza a volte troppo piccoli e precisi da ottenere, è il convertitore con **Rete Resitiva a Scala** o **R-2R**.



in questo tipo di convertitore vengono utilizzate solo due resistenze di valore **R** e **2R** relativamente alla conversione di un numero a 4 bit. Il sistema di funzionamento è analogo al precedente: a seconda della posizione assunta dagli interruttori elettronici (0,1), corrispondenti alla cifra in esame, ogni resistenza **2R** può risultare connessa ad una massa vera o alla massa virtuale dell'operazionale. in questo modo la resistenza vista da ciascun nodo, guardando verso destra, risulta di valore **2R**. La resistenza vista dal generatore **E** è data dal parallelo della resistenza **2R**, dal nodo **A** verso il basso, con quella di valore pari a **2R** vista dal nodo **A** verso destra e calcolata partendo immediatamente a monte del nodo **D**:

$$\underline{R_D = R + 2R//2R = 2R}$$
$$\underline{R_C = R + 2R//2R = 2R}$$
$$\underline{R_B = R + 2R//2R = 2R}$$
$$\underline{R_A = R + 2R//2R = 2R}$$

Essendo il parallelo risultante uguale a **R,** la corrente **I** erogata dal generatore avrà valore $\mathbf{I} = \frac{E}{R}$.

Questo corrente, a partire dal nodo **A**, si divida in modo simmetrico ad ogni nodo andando a rappresentare un peso univoco per ogni nodo sull'ingresso dell'operazionale.
Se ad esempio avessimo in ingresso un numero binario 1001 relativo alla cifra più significativa (MSB=Most Significative Bit) e alla cifra meno significativa (LSB=Low Significative BIT) l'uscita **V** avrà valore:

$$V = -\left(\frac{I}{2} + 0 + 0 + \frac{I}{16}\right)R = -I\left(\frac{9}{16}\right)R = -\frac{E}{R}\frac{9}{16}R = -\frac{9}{16}E$$

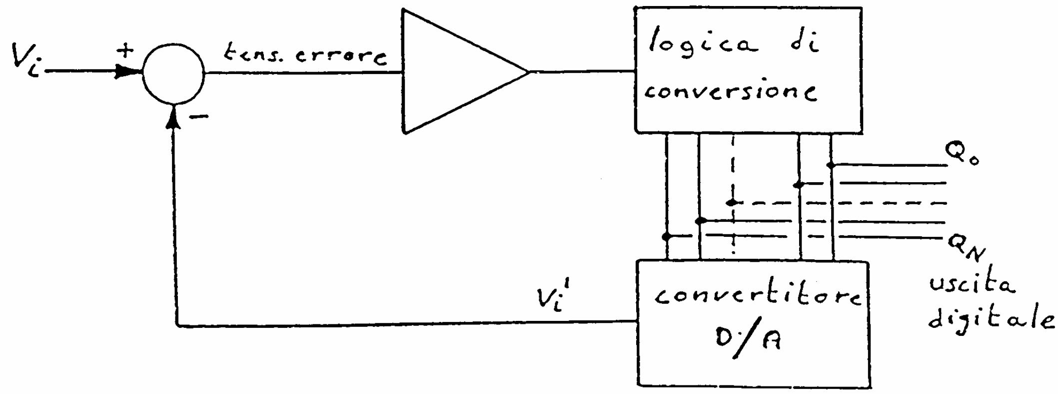
Una fonte di errore può essere la scarsa precisione con cui sono determinati i livelli logici (0,1), che in genere viene attenuato con l'inserimento di un comparatore che fornisce tensione pari a 0 a livello logico 0 e tensione pari ad **E** a livello logico 1.

CONVERTITORI DI TIPO ANALOGICO/DIGITALE

I convertitori analogico/digitali si possono suddividere in una notevole varietà di classi, in base al modo di funzionamento ed in base alle loro caratteristiche elettriche.
Una prima classificazione la si può fare in base al loro modo di funzionamento: si parla di "convertitori ad anello aperto", di "convertitori a contro reazione" e di "convertitori veloci".
Alla prima classe appartengono i convertitori "tensione/frequenza" ed i convertitori a "semplice, doppia e multipla rampa", questi ultimi usati soprattutto negli strumenti di misura di altissima precisione su grandezze che variano lentamente.
Nella seconda classe troviamo quasi tutti i convertitori A/D più usati abitualmente, poiché consentono di raggiungere buone velocità di conversione, oltre che precisioni medio-alte.
All'ultima classe appartengono i convertitori utilizzati per esempio nel settore televisivo e delle comunicazioni in genere; permettono velocità estremamente elevate ma medie precisioni.
Esamineremo il modo di funzionamento dei convertitori a contro reazione e dei convertitori veloci.

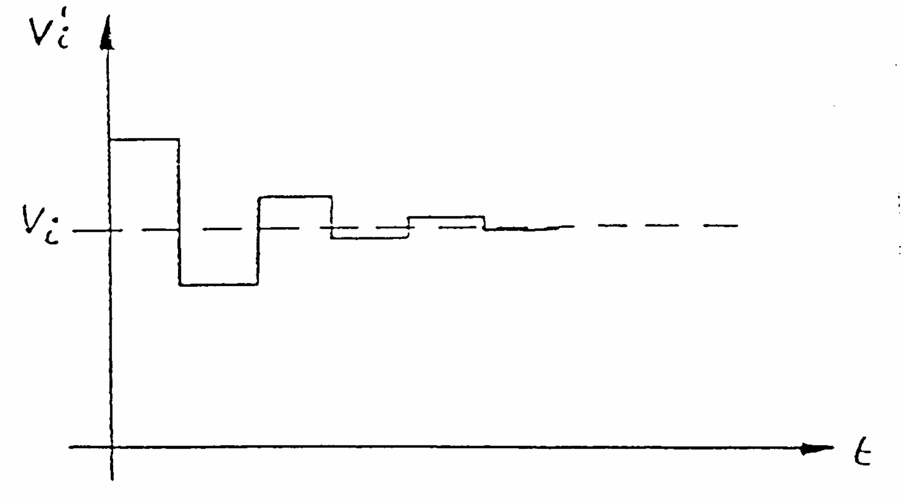
CONVERTITORI A/D A CONTROREAZIONE:
CONVERTITORE AD APPROSSIMAZIONI SUCCESSIVE

Si basano sul principio dell'indagine dicotomica: non conoscendo il valore della grandezza in Ingresso, si procede per ipotesi successive: alla fine si ottiene in uscita il numero che più si avvicina. Nella figura che segue e' illustrato lo schema di principio.



Un convertitore D/A fornisce un valore di tentativo che viene confrontato con il valore del segnale in ingresso: a seconda del risultato la logica di conversione modifica Il numero impostato sul DAC, fino ad avere il numero corretto in uscita.
Le successive fasi di tentativo e correzione consistono nel provare dicotomicamente, a partire dal più significativo, tutti i bit del numero. La logica mette inizialmente ad "1" il bit di peso maggiore e osserva se la tensione ottenuta e' superiore od inferiore a quella di ingresso: in base al risultato di questo confronto la circuiteria della logica di conversione decide se mantenere o meno a "1" tale bit. Una volta stabilito il valore del bit più significativo, si passa ad un tentativo analogo con il successivo, via via dimezzando il range di tensioni tra i quali deve trovarsi Il segnale di ingresso. Alla fine si giunge alla precisione della cifra binaria meno significativa, dopo un numero di passi pari al numero di bit del convertitore.

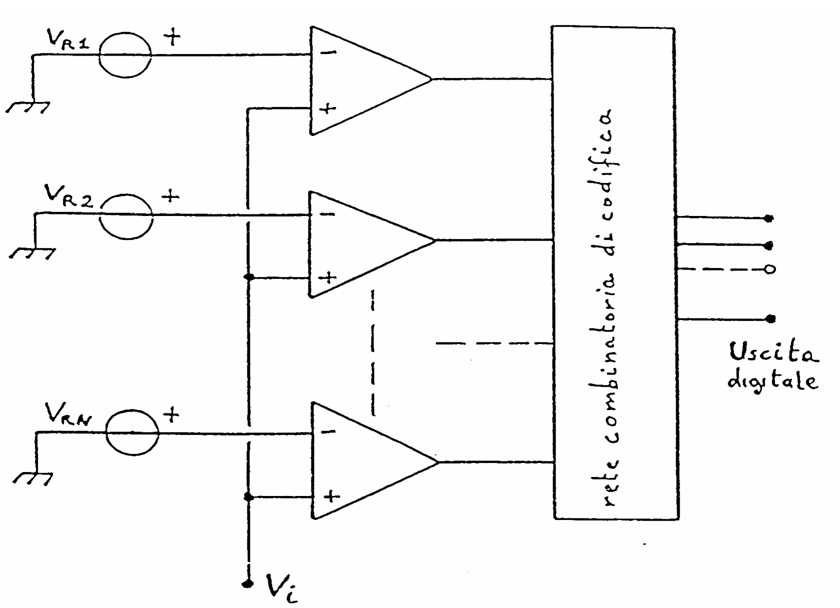
Nella figura che segue e' mostrato l'andamento dell'uscita del convertitore D/A all'interno del dispositivo, durante la conversione.



In commercio sono disponibili sia chip completi, sia i singoli moduli adatti a realizzare questo tipo di convertitori.

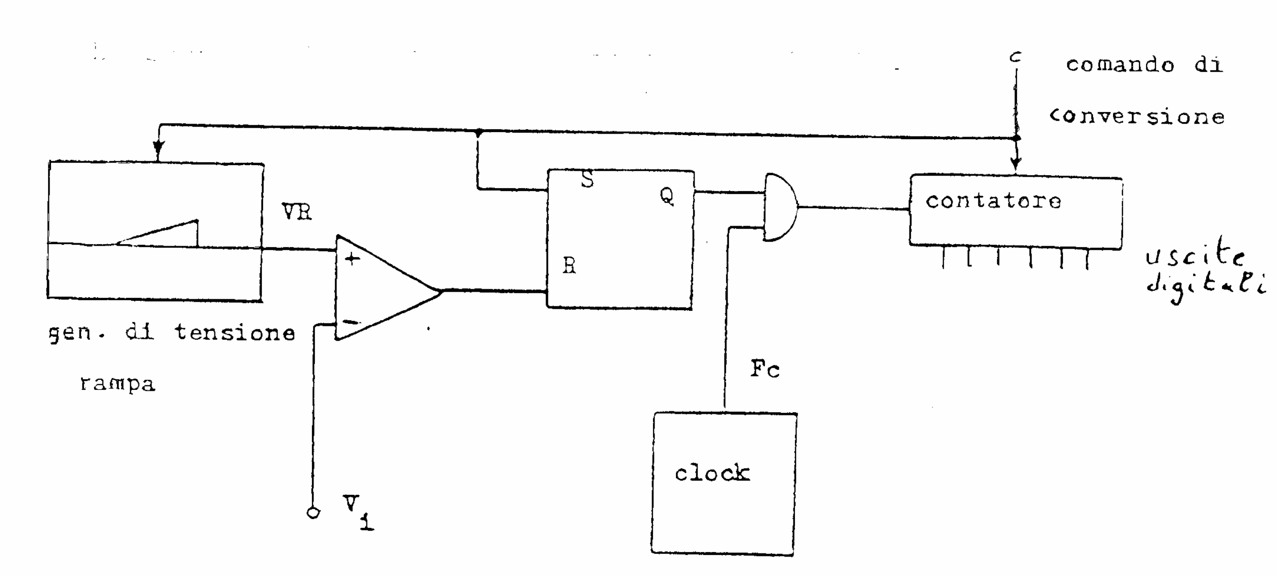
CONVERTITORI A/D VELOCI

Si definiscono convertitori veloci quelli in grado di convertire segnali analogici occupanti una banda di alcune decine di MHz. La caratteristica più importante di essi e' il tempo di conversione, definito come l'intervallo tra l'applicazione di un particolare segnale analogico in ingresso e la presenza del dato digitale corrispondente in uscita.
La struttura di questi tipi di convertitori e' totalmente diversa da quelle viste finora; In genere il cuore del sistema di conversione A/D veloce e' costituito da un insieme di comparatori, ciascuno con una precisa e prefissata tensione di soglia. Il segnale analogico da convertire e' applicato contemporaneamente a tutti i comparatori; di tutto l'insieme di uscite di questi, solo quelle relative ai comparatori con tensione di soglia inferiore alla tensione di Ingresso presenteranno una uscita l'alta", le altre manterranno l'uscita "bassa"; un sistema di codifica, costituito da una rete combinatoria, restituisce in uscita il numero binario conseguente alle uscite dei comparatori.
Nella figura seguente e' mostrata la struttura di questo convertitore veloce multi-soglia.

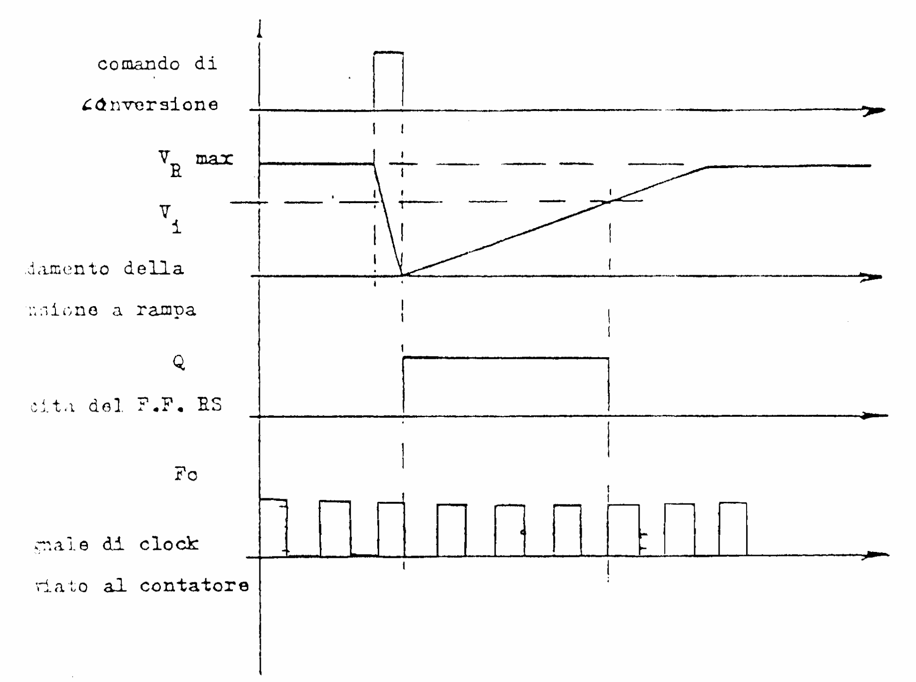


CONVERTITORI A/D A RAMPA SEMPLICE

Si suppone che il segnale di ingresso *Vi* da convertire sia una tensione esclusivamente positiva, ovvero a monte di questo circuito, deve essere presente eventualmente un gruppo di raddrizzamento ed un blocco "sample and hold".

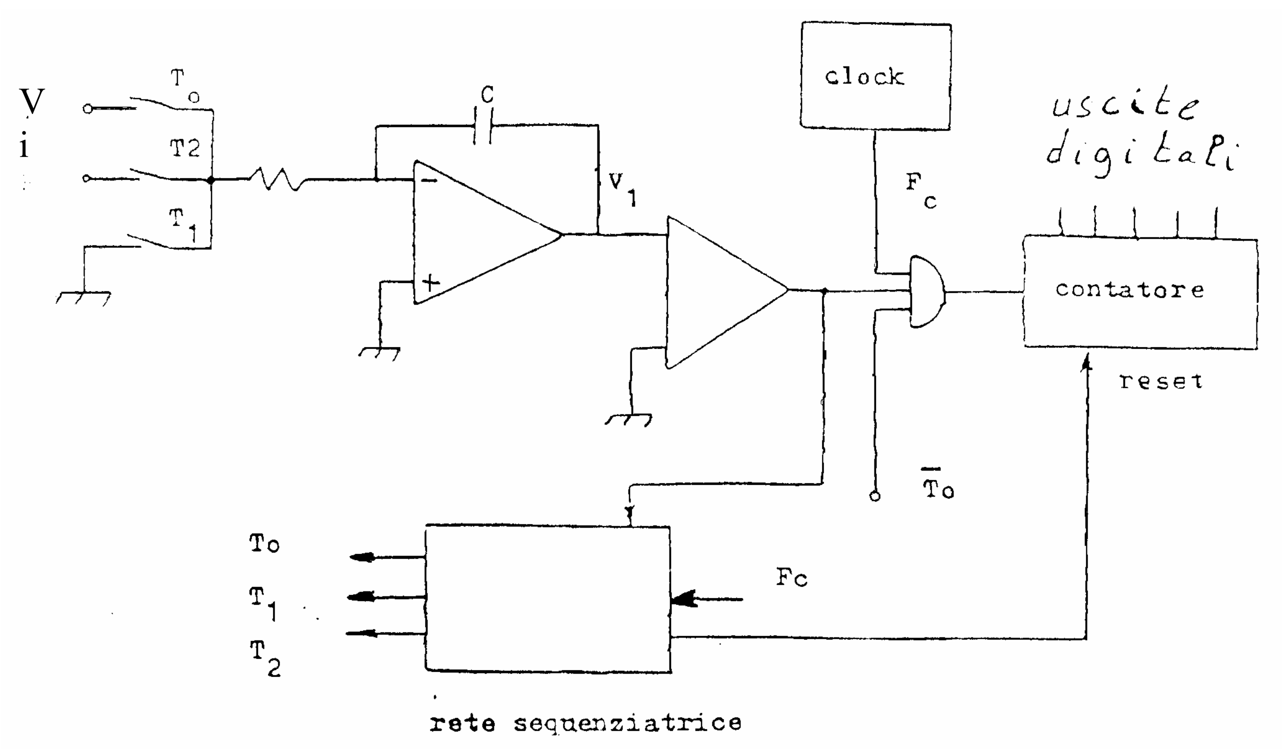


Un impulso di comando di conversione definisce l'istante di partenza della conversione: esso azzera il contatore mette a "1" l'uscita del FF SR consentendo, tramite l'abilitazione della porta AND l'arrivo al contatore del segnale di clock a frequenza Fc generato dalla base dei tempi dà inizio alla generazione di una tensione a rampa lineare V_R. La tensione a rampa, generata localmente, viene confrontata tramite un comparatore, con la tensione *Vi* da convertire. Fintanto che la tensione a rampa si mantiene inferiore a *Vi* l'uscita del comparatore è bassa; nell'istante che la tensione a rampa supera *Vi* il comparatore commuta, portando la sua uscita alta, resettando in questa maniera il FF RS; l'uscita del FF RS va a "0" bloccando così la porta AND, che interrompe l'invio al contatore degli impulsi di clock. In questo modo il conteggio si blocca ed il risultato del conteggio, visualizzato sul display, è proporzionale all'ampiezza della tensione *Vi*. Infatti più è alta *Vi* più tempo impiega la tensione a rampa a raggiungere un valore pari a *Vi*, ed un maggiore numero di impulsi di clock raggiunge il contatore, attraverso la porta AND abilitata.
Con l'invio di un successivo comando di conversione si ripete ciclo di conversione; in genere il convertitore A/D ha una opportuna circuiteria che invia periodicamente gli impulsi di comando di conversione.
Nella figura nella pagina successiva sono mostrati gli andamenti temporali delle tensioni in vari punti del circuito.
Questo tipo di convertitore ha prestazioni superiori al convertitore tensione frequenza; la sua linearità e precisione dipendono dall'accuratezza con la quale é stato realizzato l'integratore del generatore di rampa e dalla stabilità della base dei tempi; comunque le sue prestazioni globali sono modeste : gli errori che maggiormente fanno sentire il loro effetto sono dovuti a fenomeni di non linearità del generatore della tensione a rampa ed a incertezze nella comparazione oltre che a ritardi introdotti dal comparatore.



CONVERITORI A/D A DOPPIA RAMPA

Un sistema di conversione di prestazioni nettamente superiori ai sistemi di conversione visti fino a questo punto, è offerto dal convertitore A/D a doppia rampa il cui schema di principio è mostrato nella figura che segue:



La tensione *Vi* da convertire viene applicata ad ad un circuito integratore per un intervallo di tempo costante T_0, determinato da una rete sequenziatrice, in base alla frequenza di clock.

Dopo, un tempo T_0 la tensione, in uscita dall'integratore, sarà pari ad un valore proporzionale alla. tensione di ingresso *Vi* secondo la relazione:

$$Vi = \frac{1}{C}\int_0^{T0} Ic(t)dt = \frac{1}{RC}\int_0^{T0} Vi(t)dt$$

Al termine dell'intervallo di tempo T_0 viene scollega la tensione *Vi* e viene collegata all'ingresso dell'integratore una tensione di riferimento, costante, -*Vr* di polarità opposta a quella della tensione *Vi*; essa viene integrata dall'integratore dando origine a una rampa decrescente; durante questo secondo intervallo di tempo (T_2) la porta AND è abilitata e gli impulsi di clock possono raggiungere il contatore; il ciclo si interrompe non appena 1'uscita dell'integratore raggiunge il valore zero, segnalato dal comparatore di zero, che blocca la porta AND ed invia un comando al sequenziatore, il quale provvede dopo un intervallo di tempo T_1 a fornire le necessarie temporizzazioni per una nuova conversione.
Dall'esame del funzionamento del circuito si vede, pertanto, come esiste una proporzionalità, diretta tra il numero di impulsi contati dal contatore e la tensione *Vi* da convertire.
Infatti più è elevata *Vi*, maggiore è il valore di tensione in uscita dall'integratore dopo un tempo T_0, di conseguenza maggiore sarà l'intervallo di tempo T_2 (in cui la porta AND è abilitata e gli impulsi di clock raggiungono il contatore) necessario per riportare a zero la tensione di uscita dell'integratore (tratto di integrazione a pendenza costante).
Dal punto di vista numerico tutto ciò si può vedere tramite le seguenti espressioni:

1) tensione di uscita dell'integratore dopo l'intervallo di tempo T_0:

$$V_1 = \frac{1}{RC}\cdot Vi \cdot T_0$$

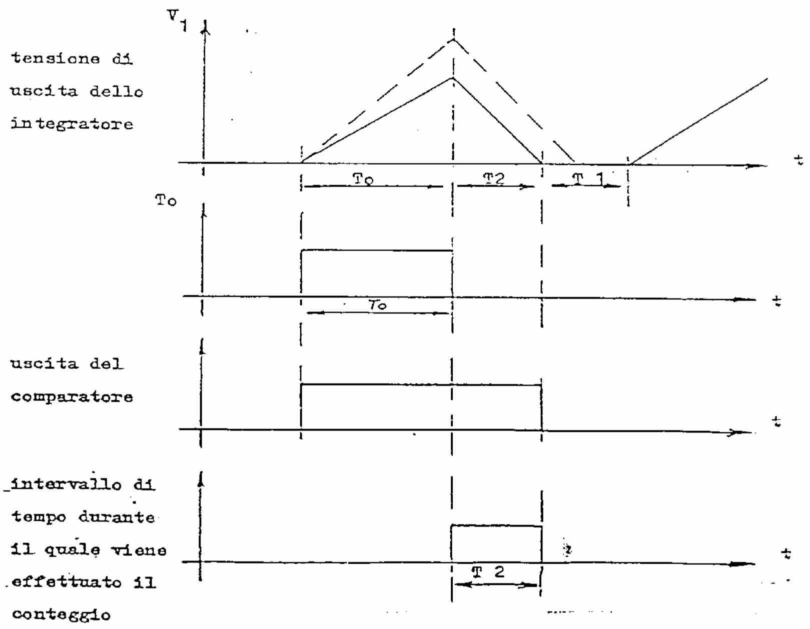
2) espressione della tensione di uscita dell'integratore nell'istante di raggiungimento dello zero (dopo l'intervallo di tempo T_2 dall'applicazione della tensione - *Vr*):

$$V_1 - \frac{1}{RC}\cdot Vr\cdot T_2 = 0 \longrightarrow \frac{1}{RC}\cdot Vi\cdot T_0 - \frac{1}{RC}\cdot Vr\cdot T_2 = 0 \longrightarrow T_2 = \cdot\frac{Vi}{Vr}\cdot T_0$$

Da dove si può notare la dipendenza diretta tra T_2 e *Vi*. Il numero di impulsi contati dal contatore durante l'intervallo di tempo T_2 sarà pari a:

$$N = T2\cdot Fc = T0\cdot\frac{Vi}{Vr}\cdot Fc$$

da dove si può notare la dipendenza diretta e lineare tra l'ampiezza della tensione da convertire *Vi* ed il risultato della conversione *N*. Nei diagrammi della figura successiva sono rappresentate le forme d'onda dei segnali presenti in alcuni punti del circuito precedente.



Questo tipo di convertitore possiede una linearità e una precisione nettamente superiore ai tipi precedentemente visti, inoltre, gli errori e le incertezze del comparatore di zero sono automaticamente compensate dal fatto che si ripercuotono nella stessa maniera sia durante la rampa ascendente, sia durante la rampa discendente; analogamente, per lo stesso motivo, vengono compensati i fenomeni di deriva dell'integratore. Il più importante vantaggio che questo tipo di convertitore presenta è la sua insensibilità agli effetti di rumore e disturbi di rete se il tempo di conversione è sufficientemente lungo, o meglio, se è pari o multiplo del periodo di rete.
Infatti l'integrazione del segnale di ingresso per il tempo Tc equivale ad una operazione di filtraggio per rumore e disturbi impulsivi, se inoltre si sceglie il tempo Tc pari a 20 ms si avrà un filtraggio particolarmente efficiente nei confronti dei disturbi alla frequenza di rete ed alle sue armoniche.

Bibliografia

1) **Insegnamento di Misure Elettroniche (Modulo 1)**: Prof. Giacomo Mario Bisio, Dipartimento di Ingegneria Biofisica ed Elettronica – Università degli Studi di Genova

2) **Misure Elettriche**: A. Bandini Buti – M. Bertolini, Editoriale Defino – Milano

3) **Elettronica dei Sistemi Digitali (appunti del corso)**: Prof. G. Donzellini – Prof. G. Ponta, Dipartimento di Ingegneria Biofisica ed Elettronica – Università degli Studi di Genova

4) **Elementi di Elettronica Digitale e Microprocessori**: Vincenzo Favale, Edizioni Jackson

5) **Cromer – Fisica per Medicina e Farmacia:** Edizione italiana a cura di L.Peruzzo, G.Tornielli, II Edizione – Piccin Editori

6) **Elettronica Industriale (volume primo)**: Armando Cupido, Edizioni Cupido – seconda edizione: Teoria dei controlli Automatici.

7) **Fisica per la Biologia e la Medicina**: I.W. Richardson, Ejler B.Neergaard, Edi.Ermes – Edizione italiana a cura di G.Manuzio